

کارشناسی ارشد مدیریت بازرگانی

تهیه کننده: حمیدرضا وزیر زنجانی

عنوان درس :

اقتصاد مدیریت

Managerial Economics

منابع

- خورشیدی، غلامحسین (و) سلطانی، منوچهر، اقتصاد مدیریت، انتشارات شرکت چاپ و نشر بازرگانی، تهران، چ اول-۱۳۷۶
- داگلاس، ایوان جی، اقتصاد مدیریت؛ ترجمه سید جواد پور مقیم، انتشارات نشر نی، تهران، چ سوم-۱۳۷۸
- سالواتوره، دومینیک، اقتصاد مدیریت؛ ترجمه رضا حسینی راد (و) حمیدرضا نصیری زاده، انتشارات مؤسسه نور کوثر، یزد، چ اول-۱۳۷۹
- هاشمی، ابوالقاسم (و) روزبهان، محمود، اقتصاد مدیریت، انتشارات تابان، تهران، چ دوم-۱۳۸۷ ← مرجع پیام نور

پیش نیازهای درسی

■ اقتصاد خرد (Microeconomics)

■ اقتصاد سنجی (تحلیل آماری) (Econometrics)

■ تحقیق در عملیات (Operational Research)

■ اقتصاد کلان (Macroeconomics)

مسائل فصل اول: (صفحه ۲۷)

۱) اگر نرخ بهره واقعی در اقتصاد ۱۰ درصد باشد، ارزش فعلی سود شرکت A در ده سال آینده چقدر خواهد بود؟

۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	تعداد سالهای آینده
۱۰	۱۳	۱۵	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۲	۱۰	۸	سود شرکت A (به میلیون تومان)

$$PV = \frac{\pi_1}{(1+i)} + \frac{\pi_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{\pi_n}{(1+i)^n}$$

$$PV = \frac{8}{(1/1)} + \frac{10}{(1/1)^2} + \frac{12}{(1/1)^3} + \frac{14}{(1/1)^4} + \frac{15}{(1/1)^5} + \frac{16}{(1/1)^6} + \frac{17}{(1/1)^7} + \frac{15}{(1/1)^8} + \frac{13}{(1/1)^9} + \frac{10}{(1/1)^{10}}$$

$$PV = 7/27 + 8/26 + 9/01 + 9/56 + 9/31 + 9/03 + 8/72 + 6/99 + 5/51 + 3/85$$

$$PV = 77/51$$

مسائل فصل اول: (صفحه ۲۸)

۲) براساس الگوی نظریه بنگاه مطرح شده در این فصل، اثر هر یک از موارد زیر را توضیح دهید؟
(الف) بانک مرکزی سیاستهایی را اجرا کند که سبب شود نرخ بهره به میزان قابل توجهی کاهش یابد.

جواب: موجب افزایش ارزش بنگاه می شود.

(ب) بنگاه اقتصادی ملزوم به نصب تجهیزات جدیدی به منظور تقلیل آلودگی هوا شود.

جواب: موجب کاهش ارزش بنگاه می شود.

(ج) بخش بازاریابی بنگاه اقتصادی با افزایش هزینه های تبلیغاتی موفق به افزایش قابل توجهی در فروش گردد.

جواب: موجب افزایش ارزش بنگاه می شود.

(د) بخش تولید تجهیزات جدیدی خریداری کند که هزینه های تولید را کاهش دهد.

جواب: موجب افزایش ارزش بنگاه می شود.

(ه) بنگاه اقتصادی قیمتها را افزایش دهد. انتظار می رود که این عمل در کوتاه مدت تقاضا را تحت تأثیر قرار ندهد، اما در بلند مدت فروش بنگاه را کاهش دهد.

جواب: موجب افزایش ارزش بنگاه در کوتاه مدت و کاهش ارزش بنگاه در بلند مدت می شود.

مسائل فصل دوم: (صفحه ۶۸)

۱) کارخانه فرش مرینوس تولیدکننده دو نوع فرش پشمی و نخی است. هزینه روزانه تولید این کارخانه به تومان برابر است با:

$$C=7A^2+9B^2-1/5AB$$

که در آن A برابر با تعداد فرشهای پشمی تولید شده در روز و B برابر با فرشهای نخی تولید شده در روز می باشد. به دلیل تعهدی که این کارخانه به فروشگاههای فروشنده این نوع فرش دارد، باید روزانه ۱۰ عدد از ترکیبی از این دو نوع فرش در اختیار آنها قرار دهد.

اگر این کارخانه بخواهد هزینه هایش را حداقل کند (بدون آنکه به تعهدش لطمه ای بخورد) چه تعداد فرش پشمی و نخی تولید خواهد کرد؟

مسائل فصل دوم: (صفحه ۶۸)

اگر این کارخانه بخواهد هزینه هایش را حداقل کند (بدون آنکه به تعهدش لطمه ای بخورد) چه تعداد

فرش پشمی و نخی تولید خواهد کرد؟

$$\begin{cases} C = 7A^2 + 9B^2 - 1/5AB \\ A + B = 10 \Rightarrow A = 10 - B \end{cases}$$

$$C = 7(10 - B)^2 + 9B^2 - 1/5(10 - B)B \Rightarrow C = 17/5B^2 - 155B + 700$$

$$\frac{\partial C}{\partial B} = 35B - 155 = 0 \Rightarrow B = 4/4, \quad A = 5/6$$

$$\frac{\partial^2 C}{\partial B^2} = 35 > 0$$

$$\begin{cases} A = 5/6, B = 4/4 & C = 7A^2 + 9B^2 - 1/5AB = 7(5/6)^2 + 9(4/4)^2 - 1/5 \times (5/6) \times (4/4) = 356/8 \\ A = 6, B = 4 & C = 7A^2 + 9B^2 - 1/5AB = 7(6)^2 + 9(4)^2 - 1/5 \times (6) \times (4) = 360 \\ A = 5, B = 5 & C = 7A^2 + 9B^2 - 1/5AB = 7(5)^2 + 9(5)^2 - 1/5 \times (5) \times (5) = 362/5 \end{cases}$$

۲) یک بنگاه اقتصادی کالای خود را با استفاده از هر یک از فرآیندهای تولید A و B می تواند تولید کند. تابع هزینه کل مربوط به بنگاه اقتصادی عبارت از:

$$TC=50 - 10A + A^2 - AB - 4B + B^2$$

که در آن A و B نماینده مقدار محصول تولید شده به وسیله هر فرآیند است.

الف) ترکیب حداقل هزینه محصول این بنگاه اقتصادی را تعیین کنید.

ب) اگر این بنگاه اقتصادی درصدد باشد که جمعاً ۲۰ واحد محصول تولید کند، مقادیر بهینه ای

که باید با استفاده از هر فرآیند تولید به عمل آید، چیست؟

الف) ترکیب حداقل هزینه محصول این بنگاه اقتصادی را تعیین کنید.

$$TC = 50 - 10A + A^2 - AB - 4B + B^2$$

$$\begin{cases} \frac{\partial TC}{\partial A} = -10 + 2A - B = 0 \\ \frac{\partial TC}{\partial B} = -4 + 2B - A = 0 \end{cases} \Rightarrow B = 6, \quad A = 8$$

$$\frac{\partial^2 TC}{\partial A^2} = 2 > 0, \quad \frac{\partial^2 TC}{\partial B^2} = 2 > 0$$

$$\begin{cases} A = 8, B = 6 \\ TC = 50 - 10A + A^2 - AB - 4B + B^2 = 50 - 10(8) + (8)^2 - (8)(6) - 4(6) + (6)^2 = -2 \end{cases}$$

مسائل فصل دوم: (صفحه ۶۸)

ب) اگر این بنگاه اقتصادی درصدد باشد که جمعاً ۲۰ واحد محصول تولید کند، مقادیر بهینه ای که

باید با استفاده از هر فرآیند تولید به عمل آید، چیست؟

$$\begin{cases} TC = 50 - 10A + A^2 - AB - 4B + B^2 \\ A + B = 20 \Rightarrow B = 20 - A \end{cases}$$

$$TC = 50 - 10A + A^2 - A(20 - A) - 4(20 - A) + (20 - A)^2$$

$$TC = -66A + 3A^2 + 370$$

$$\frac{\partial TC}{\partial A} = -66 + 6A = 0 \Rightarrow A = 11, \quad B = 9$$

$$\frac{\partial^2 TC}{\partial A^2} = 6 > 0$$

$$A = 11, \quad B = 9 \Rightarrow \begin{cases} TC = -66A + 3A^2 + 370 = 7 \\ TC = 50 - 10A + A^2 - AB - 4B + B^2 = 7 \end{cases}$$

۳) در یک بنگاه اقتصادی روابط زیر بین مخارج تبلیغاتی در رسانه A و رسانه B و درآمد کل ایجاد شده به وسیله فروش کالای خود برقرار است:

$$TR=5A + 5A^2 + 5AB$$

اگر قیمت هر واحد A برابر ۵ تومان و قیمت هر واحد B برابر ۱ تومان و مدیر بازاریابی با قید بودجه ۱۱۱ تومان مواجه باشد.

با این فرض که وی در صدد به حداکثر رساندن درآمد کل است، ترکیب بهینه تبلیغاتی که باید به آن بپردازد، چه خواهد بود؟

مسائل فصل دوم: (صفحه ۶۸)

با این فرض که وی در صدد به حداکثر رساندن درآمد کل است، ترکیب بهینه تبلیغاتی که باید به آن

بپردازد، چه خواهد بود؟

$$\begin{cases} TR = 5A + 5A^2 + 5AB \\ 5A + B = 111 \Rightarrow B = 111 - 5A \end{cases}$$

$$TR = 5A + 5A^2 + 5A(111 - 5A)$$

$$TR = -20A^2 + 560A$$

$$\frac{\partial TR}{\partial A} = -40A + 560 = 0 \Rightarrow A = 14, \quad B = 41$$

$$\frac{\partial^2 TR}{\partial A^2} = -40 < 0$$

$$\begin{cases} A = 14, \quad B = 41 \\ TR = 5A + 5A^2 + 5AB = 5(14) + 5(14)^2 + 5(14)(41) = 3920 \end{cases}$$

مسائل فصل سوم: (صفحه ۹۱)

۱) مدیر یک شرکت دو طرح سرمایه گذاری مختلف A و B را پیش روی خود دارد. با انتخاب هر یک از این دو سرمایه گذاری با چهار حالت مختلف روبرو خواهد بود. ارزش فعلی خالص سود و احتمال وقوع هر یک چهار حالت ممکن طبق جدول زیرند:

سرمایه گذاری B			سرمایه گذاری A		
احتمال	ارزش فعلی خالص	حالت	احتمال	ارزش فعلی خالص	حالت
۱/۰	۱۲	۱	۲/۰	۲۰	۱
۳/۰	۹	۲	۳/۰	۸	۲
۱/۰	۱۶	۳	۴/۰	۱۰	۳
۵/۰	۱۱	۴	۱/۰	۳	۴

- الف) مقدار ارزش فعلی انتظاری، انحراف معیار و ضریب تغییر سرمایه گذاری A را تعیین کنید.
- ب) مقدار ارزش فعلی انتظاری، انحراف معیار و ضریب تغییر سرمایه گذاری B را تعیین کنید.
- ج) کدامیک از این دو سرمایه گذاری پُر مخاطره تر است؟
- د) مدیر این شرکت دارای تابع مطلوبیتی به قرار زیر است:
- $$U = 10 + 5p - 0.1p^2$$
- که در آن U مطلوبیت و p ارزش فعلی خالص است. این مدیر کدامیک از این دو طرح سرمایه گذاری را انتخاب خواهد کرد؟

مسائل فصل سوم: (صفحه ۹۱)

- الف) مقدار ارزش فعلی انتظاری، انحراف معیار و ضریب تغییر سرمایه گذاری A را تعیین کنید.
- ب) مقدار ارزش فعلی انتظاری، انحراف معیار و ضریب تغییر سرمایه گذاری B را تعیین کنید.
- ج) کدامیک از این دو سرمایه گذاری پُر مخاطره تر است؟

$$E(\pi) = \sum_{i=1}^N \pi_i \cdot p_i \quad \sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^N (\pi_i - E(\pi))^2 \cdot p_i} \quad V = \frac{\sigma}{E(\pi)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E(\pi_A) = 20 \times 0/2 + 8 \times 0/3 + 10 \times 0/4 + 3 \times 0/1 = 10/7 \\ \sigma_A = \sqrt{(20 - 10/7)^2 \times 0/2 + (8 - 10/7)^2 \times 0/3 + (10 - 10/7)^2 \times 0/4 + (3 - 10/7)^2 \times 0/1} = 5/06 \\ V_A = \frac{5/06}{10/7} = 0/47 \end{array} \right. \quad \text{سرمایه گذاری A مخاطری بیشتری دارد.}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E(\pi_B) = 12 \times 0/1 + 9 \times 0/3 + 16 \times 0/1 + 11 \times 0/5 = 11 \\ \sigma_B = \sqrt{(12 - 11)^2 \times 0/1 + (9 - 11)^2 \times 0/3 + (16 - 11)^2 \times 0/1 + (11 - 11)^2 \times 0/5} = 1/95 \\ V_B = \frac{1/95}{11} = 0/18 \end{array} \right.$$

مسائل فصل سوم: (صفحه ۹۱)

(د) مدیر این شرکت دارای تابع مطلوبیتی به قرار زیر است:

$$U=10 + 5p - 0/1p^2$$

که در آن U مطلوبیت و p ارزش فعلی خالص است. این مدیر کدامیک از این دو طرح سرمایه

گذاری را انتخاب خواهد کرد؟

سرمایه گذاری B			سرمایه گذاری A		
احتمال	U_B	ارزش فعلی خالص	احتمال	U_A	ارزش فعلی خالص
۱/۰	۶/۵۵	۱۲	۲/۰	۷۰	۲۰
۳/۰	۹/۴۶	۹	۳/۰	۶/۴۳	۸
۱/۰	۴/۶۴	۱۶	۴/۰	۵۰	۱۰
۵/۰	۹/۵۲	۱۱	۱/۰	۱/۲۴	۳

$$E(U_A) = 70 \times 0/2 + 43/6 \times 0/3 + 50 \times 0/4 + 24/1 \times 0/1 = 49/49$$

$$E(U_B) = 55/6 \times 0/1 + 46/9 \times 0/3 + 64/4 \times 0/1 + 52/9 \times 0/5 = 52/52$$

مسائل فصل سوم: (صفحه ۹۲)

۲) یکی از روزنامه های صبح تهران می خواهد در مورد انتشار روزنامه در روز جمعه تصمیم بگیرد.

مدیر این مؤسسه احتمال موفقیت در این را ۶۰ درصد و احتمال عدم موفقیت را ۴۰ درصد پیش بینی

می نماید. اگر این کار با موفقیت همراه شود، ۱۰ میلیون تومان سود مؤسسه افزایش خواهد یافت و

در صورت شکست ۸ میلیون تومان زیان حاصل می شود.

درخت تصمیم گیری مربوط به این مسأله را رسم کنید. ارزش انتظاری انتشار این روزنامه در روز

جمعه برای مدیر این مؤسسه چقدر است؟

$$E(\pi) = 10 \times 0/6 - 8 \times 0/4 = 2/8$$

مسائل فصل چهارم: (صفحه ۱۲۱)

۱) تابع تخمین زده شده تقاضا برای شرکتی به قرار زیر است:

$$Q=400 - 3p + 4I + 0/6A$$

که در آن Q مقدار تقاضای ماهیانه، p قیمت به تومان، I درآمد قابل تصرف سرانه به هزار تومان و A مخارج صرف شده برای تبلیغات به هزار تومان است. فرض کنید جمعیت نیز ثابت است.

الف) انتظار می رود که در دهه آینده درآمد قابل تصرف سرانه ۵ هزار تومان افزایش یابد. فروش این شرکت چگونه تحت تأثیر این تغییر قرار خواهد گرفت؟

جواب: مقدار تقاضای ماهیانه ۲۰ واحد افزایش می یابد.

ب) اگر این شرکت بخواهد اثر افزایش درآمد سرانه را که موجب افزایش تقاضا برای محصول

آن خواهد شد حذف کند، به چه میزان قیمت را افزایش دهد؟

جواب: قیمت می بایست به میزان $۶/۶۷$ تومان افزایش می یابد.

مسائل فصل چهارم: (صفحه ۱۲۱)

۲) شرکت راحت تولید کننده کفش ورزشی تنیس دو سال قبل هر جفت آن را به قیمت ۲۰ هزار تومان به فروش می رساند و فروش او در ماه حدود ۱۰.۰۰۰ جفت کفش بود. در سال گذشته شرکت رقیبی همان نوع از کفش ورزشی اش را از ۲۵ هزار تومان به ۱۸ هزار تومان به ازای هر جفت تقلیل داد. این عمل سبب کاهش فروش شرکت راحت به ۷.۰۰۰ جفت کفش تنیس در ماه شد.

الف) کشش متقابل تقاضا برای کفشهای شرکت راحت و محصول رقیب را پیدا کنید. (فرض کنید قیمت کفش شرکت راحت ثابت مانده است.)

ب) فرض کنید کشش قیمتی کفش راحت ۲ باشد. همچنین فرض کنید شرکت رقیب قیمتش را در ۱۸ هزار تومان حفظ کند. شرکت کفش راحت قیمت را چقدر باید کاهش دهد تا حجم فروش آن به ۱۰.۰۰۰ جفت در ماه باز گردد؟

ج) درآمد کل شرکت راحت را پس از کاهش قیمت شرکت رقیب در مقادیر ۷.۰۰۰ و ۱۰.۰۰۰ جفت کفش مقایسه کنید.

د) براساس اطلاعات بالا کفشهای دو شرکت جانشینهای نزدیک یا دوری هستند.

مسائل فصل چهارم: (صفحه ۱۲۱)

الف) کشش متقابل تقاضا برای کفشهای شرکت راحت و محصول رقیب را پیدا کنید. (فرض کنید قیمت کفش شرکت راحت ثابت مانده است.)

$$E_{xy} = \frac{\Delta Q_x}{\Delta P_y} \cdot \frac{\frac{P_{y2} + P_{y1}}{2}}{\frac{Q_{x2} + Q_{x1}}{2}} = \frac{Q_{x2} - Q_{x1}}{P_{y2} - P_{y1}} \cdot \frac{P_{y2} + P_{y1}}{Q_{x2} + Q_{x1}}$$

$$E_{xy} = \frac{7,000 - 10,000}{18 - 25} \cdot \frac{18 + 25}{7,000 + 10,000} = 1/0840$$

ضریب کشش کمانی متقابل تقاضا

ب) فرض کنید کشش قیمتی کفش راحت ۲ باشد. همچنین فرض کنید شرکت رقیب قیمتش را در ۱۸ هزار تومان حفظ کند. شرکت کفش راحت قیمت را چقدر باید کاهش دهد تا حجم فروش آن به ۱۰,۰۰۰ جفت در ماه باز گردد؟

$$E_D = -\frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta P}{P}} = -\frac{\Delta Q}{\Delta P} \cdot \frac{P}{Q} \Rightarrow 2 = -\frac{7,000 - 10,000}{\Delta P} \cdot \frac{20}{7,000} \Rightarrow \Delta P = 4/28$$

**مقدار کاهش
در قیمت**

مسائل فصل چهارم: (صفحه ۱۲۱)

ج) درآمد کل شرکت راحت را پس از کاهش قیمت شرکت رقیب در مقادیر ۷,۰۰۰ و ۱۰,۰۰۰ جفت کفش مقایسه کنید.

$$TR = Q \cdot P, \quad P_1 = 20, \quad P_2 = 15/72, \quad Q_1 = 7,000, \quad Q_2 = 10,000$$

$$TR_1 = Q_1 \cdot P_1 = 7,000 \times 20 = 140,000$$

درآمد کل شرکت در مقادیر مختلف تولید

$$TR_2 = Q_2 \cdot P_2 = 10,000 \times 15/72 = 157,200$$

د) براساس اطلاعات بالا کفشهای دو شرکت جانشینهای نزدیک یا دوری هستند.

$$E_{xy} = \frac{7,000 - 10,000}{18 - 25} \cdot \frac{18 + 25}{7,000 + 10,000} = 1/0840$$

ضریب کشش کمانی متقابل تقاضا

$$\begin{cases} 0 < E_{xy} \Leftrightarrow \text{کالای } x \text{ و } y \text{ جانشین هستند.} \\ 0 = E_{xy} \Leftrightarrow \text{کالای } x \text{ و } y \text{ مستقل هستند.} \\ 0 > E_{xy} \Leftrightarrow \text{کالای } x \text{ و } y \text{ مکمل هستند.} \end{cases}$$

مسائل فصل پنجم: (صفحه ۱۵۱)

۱) فرض کنید جدول زیر مقدار فروش و سود هفت شرکت موجود در یک صنعت معین در سال گذشته باشد:

شرکت	A	B	C	D	E	F	G
فروش (به میلیارد تومان)	۷/۵	۷/۶	۲/۰	۶/۰	۸/۳	۵/۱۲	۵/۰
سود (به میلیارد تومان)	۲۷/۰	۱۲/۰	۰۰/۰	۰۴/۰	۰۵/۰	۴۶/۰	۰۰/۰

الف) خط رگرسیون این نمونه را تعیین کنید، در حالیکه سود متغیر وابسته و فروش متغیر مستقل است؟

ب) متوسط سود یک شرکت در این صنعت را با فروش ۲ میلیارد دلار در سال تخمین بزنید.

ج) آیا این خط رگرسیون برای تخمین سود یک شرکت در این صنعت خاص در دهه بعد نیز

مورد استفاده است؟ توضیح دهید.

مسائل فصل پنجم: (صفحه ۱۵۱)

الف) خط رگرسیون این نمونه را تعیین کنید، در حالیکه سود متغیر وابسته و فروش متغیر مستقل است؟

شرکت	A	B	C	D	E	F	G	Σ	Σ/n
X = فروش	۷/۵	۷/۶	۲/۰	۶/۰	۸/۳	۵/۱۲	۵/۰	۳۰	۲۸۵۷/۴
X^2	۴۹/۳۲	۸۹/۴۴	۰۴/۰	۳۶/۰	۴۴/۱۴	۲۵/۱۵۶	۲۵/۰	۷۲/۲۴۸	
Y = سود	۲۷/۰	۱۲/۰	۰۰/۰	۰۴/۰	۰۵/۰	۴۶/۰	۰۰/۰	۹۴/۰	۱۳۴۲/۰
Y^2	۰۷۲۹/۰	۰۱۴۴/۰	۰۰/۰	۰۰۱۶/۰	۰۰۲۵/۰	۲۱۱۶/۰	۰۰/۰	۳۰۳/۰	
$Y \times X$	۵۳۹/۱	۸۰۴/۰	۰۰/۰	۰۲۴/۰	۱۹/۰	۷۵/۵	۰۰/۰	۳۰۷/۸	۱۸۶۷/۱

$$SS_x = \sum (x - \bar{x})^2 = \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} = 248/72 - \frac{30^2}{7} = 120/15$$

$$SS_y = \sum (y - \bar{y})^2 = \sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n} = 0/303 - \frac{0/94^2}{7} = 0/177$$

$$SS_{xy} = \sum (x - \bar{x})(y - \bar{y}) = \sum xy - \frac{(\sum x)(\sum y)}{n} = 8/307 - \frac{30 \times 0/94}{7} = 4/278$$

مسائل فصل پنجم: (صفحه ۱۵۱)

الف) خط رگرسیون این نمونه را تعیین کنید، در حالیکه سود متغیر وابسته و فروش متغیر مستقل است؟

$$SS_x = 120/15 \quad SS_y = 0/177 \quad SS_{xy} = 4/278 \quad \bar{x} = 4/2857 \quad \bar{y} = 0/1342$$

$$\begin{cases} b = \frac{SS_{xy}}{SS_x} = \frac{4/278}{120/15} = 0.036 \\ a = \bar{y} - b\bar{x} = 0/1342 - (0.036)(4/2857) = -0/020 \end{cases}$$

$$y = -0/020 + 0.036x$$

ب) متوسط سود یک شرکت در این صنعت را با فروش ۲ میلیارد دلار در سال تخمین بزنید.

$$y = -0/020 + 0.036x$$

$$y = -0/020 + 0.036(2) = 0.052$$

ج) آیا این خط رگرسیون برای تخمین سود یک شرکت در این صنعت خاص در دهه بعد نیز مورد استفاده است؟ توضیح دهید.

جواب: خیر، زیرا داده های جمع آوری شده بصورت مقطعی بوده و دربرگیرنده اطلاعات مربوط به روند تغییرات نمی باشد.

$$Q = L^{\frac{3}{4}} K^{\frac{1}{4}}$$

(۱) تابع تولید زیر که در آن L و K نهاده های تولیدی هستند، مفروض است:

الف) این تابع تولید دارای چه نوع بازده نسبت به مقیاس است؟

ب) با مفروض بودن $P_K=10$ و $P_L=20$ ، ترکیب بهینه L و K چیست؟

$$Q = L^{\frac{1}{2}} K^{\frac{1}{2}}$$

ج) با فرض $P_K=10$ و $P_L=5$ در تابع تولید مقابل، ترکیب بهینه چیست؟

د) آیا نسبت های محاسبه شده برای (ب) و (ج) در کلیه سطوح محصول ثابت هستند.

الف) این تابع تولید دارای چه نوع بازده نسبت به مقیاس است؟

$$Q = L^{\frac{3}{4}} K^{\frac{1}{4}} \Rightarrow \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1 \quad \text{بازده نسبت به مقیاس ثابت}$$

ب) با مفروض بودن $P_K=10$ و $P_L=20$ ، ترکیب بهینه L و K چیست؟

$$Q = L^{\frac{3}{4}} K^{\frac{1}{4}}$$

$$\left. \begin{aligned} MP_L &= \frac{\partial Q}{\partial L} = \frac{3}{4} K^{\frac{1}{4}} L^{\frac{3}{4}-1} = \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{K}{L}\right)^{\frac{1}{4}} \\ MP_K &= \frac{\partial Q}{\partial K} = \frac{1}{4} L^{\frac{3}{4}} K^{\frac{1}{4}-1} = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{L}{K}\right)^{\frac{3}{4}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{K}{L}\right)^{\frac{1}{4}}}{\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{L}{K}\right)^{\frac{3}{4}}} = 3 \cdot \frac{K}{L}$$

$$\frac{MP_L}{MP_K} = \frac{P_L}{P_K} \Rightarrow 3 \cdot \frac{K}{L} = \frac{20}{10} \Rightarrow \frac{K}{L} = \frac{2}{3}$$

(ج) با فرض $PK=10$ و $PL=5$ در تابع تولید مقابل، ترکیب بهینه چیست؟

$$Q = L^{\frac{1}{2}} K^{\frac{1}{2}}$$

$$\left. \begin{aligned} MP_L &= \frac{\partial Q}{\partial L} = \frac{1}{2} K^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{K}{L}\right)^{\frac{1}{2}} \\ MP_K &= \frac{\partial Q}{\partial K} = \frac{1}{2} L^{\frac{1}{2}} K^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{L}{K}\right)^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{K}{L}\right)^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{L}{K}\right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{K}{L}$$

$$\frac{MP_L}{MP_K} = \frac{P_L}{P_K} \Rightarrow \frac{K}{L} = \frac{5}{10} \Rightarrow \frac{K}{L} = \frac{1}{2}$$

(د) آیا نسبت‌های محاسبه شده برای (ب) و (ج) در کلیه سطوح محصول ثابت هستند.

بله، چون نسبت بدست آمده، مستقل از سطح محصول می باشد.

۲) تابع تولید یک بنگاه اقتصادی عبارت است از:

$$Q=4X^2+2XY+3Y^2$$

که در آن Q برابر محصول کل بنگاه در سال، X برابر تعداد روزهای بکار رفته کامپیوتر و Y برابر تعداد روزهای کار مورد اشتغال است.

الف) درجهٔ تجانس و بازده نسبت به مقیاس تابع فوق را تعیین کنید.

ب) فرض کنید مقدار استفاده از X برابر ۲۰۰ روز کامپیوتر و Y برابر ۳۰۰ روز کار باشد.

تولید کل در سال چقدر خواهد بود؟

الف) درجهٔ تجانس و بازده نسبت به مقیاس تابع فوق را تعیین کنید.

$$Q = 4X^2 + 2XY + 3Y^2$$

$$\xrightarrow{X \Rightarrow hX, \quad Y \Rightarrow hY} 4(hX)^2 + 2(hX)(hY) + 3(hY)^2 = h^2 4X^2 + h^2 2XY + h^2 3Y^2$$

$$= h^2(4X^2 + 2XY + 3Y^2) = h^2 Q \quad \Rightarrow \quad \text{درجهٔ تجانس} = 2$$

$$1 < h \Rightarrow h < h^2 \quad \text{بازده نسبت به مقیاس فزاینده}$$

ب) فرض کنید مقدار استفاده از X برابر ۲۰۰ روز کامپیوتر و Y برابر ۳۰۰ روز کار باشد. تولید کل

در سال چقدر خواهد بود؟

$$Q = 4X^2 + 2XY + 3Y^2$$

$$\xrightarrow{X=200, \quad Y=300} 4(200)^2 + 2(200)(300) + 3(300)^2 = 550,000$$

مسائل فصل ششم: (صفحه ۱۸۳)

۳) شرکتی دو کالای A و B را تولید می کند. تولید این کالاها مستقل از یکدیگر است (یعنی، هر یک دارای تابع تولیدی است که مستقل از دیگری است) و هر تابع تولید دارای بازه ثابت نسبت به مقیاس است. شرکت سه نهاده X، Y و Z را جهت تولید دو کالا بکار می برد. تولید هر واحد کالای A مستلزم استفاده از ۲ واحد X، ۱ واحد Y و ۱ واحد Z است. تولید هر واحد B نیاز به ۱ واحد X، ۲ واحد Z دارد. سود هر واحد A و B به ترتیب ۸ و ۶ تومان بوده و مستقل از سطوح محصول هستند.

الف) مسأله برنامه ریزی خطی اولیه را که جهت به حداکثر رساندن سود کوتاه مدت شرکت بکار می رود به طور جبری تنظیم کنید. فرض کنید که این بنگاه اقتصادی دارای ۱۰۰ واحد X، ۴۰ واحد Y و ۱۱۰ واحد Z جهت تولید در این دوره باشد.

ب) مقادیر به بهینه A و B و سود کل شرکت را تعیین کنید.

ج) اگر قیود به صورت نامعادله نوشته شوند، مسأله برنامه ریزی خطی دوگان مربوطه شامل سه متغیر و اگر به شکل معادله نوشته شوند، شامل پنج متغیر خواهد بود. مقادیر پنج متغیر مسأله دوگان مزبور را چگونه تفسیر می کنید؟ مسأله دوگان را حل نکنید، فقط یک جواب لفظی ارائه دهید.

الف) مسأله برنامه ریزی خطی اولیه را که جهت به حداکثر رساندن سود کوتاه مدت شرکت بکار می رود به طور جبری تنظیم کنید. فرض کنید که این بنگاه اقتصادی دارای ۱۰۰ واحد X ، ۴۰ واحد Y و ۱۱۰ واحد Z جهت تولید در این دوره باشد.

$$\begin{array}{lcl} \pi = 8Q_A + 6Q_B & \text{(هدف: حداکثر کردن)} & \text{تابع سود کل} \\ \left. \begin{array}{l} 2Q_A + Q_B \leq 100 \\ Q_A \leq 40 \\ Q_A + 2Q_B \leq 110 \\ Q_A \geq 0, Q_B \geq 0 \end{array} \right\} & \text{مشروط به:} & \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2Q_A + Q_B + S_x = 100 \\ Q_A + S_y = 40 \\ Q_A + 2Q_B + S_z = 110 \\ Q_A, Q_B, S_x, S_y, S_z \geq 0 \end{array} \right. \end{array}$$

$$\pi = 8Q_A + 6Q_B$$

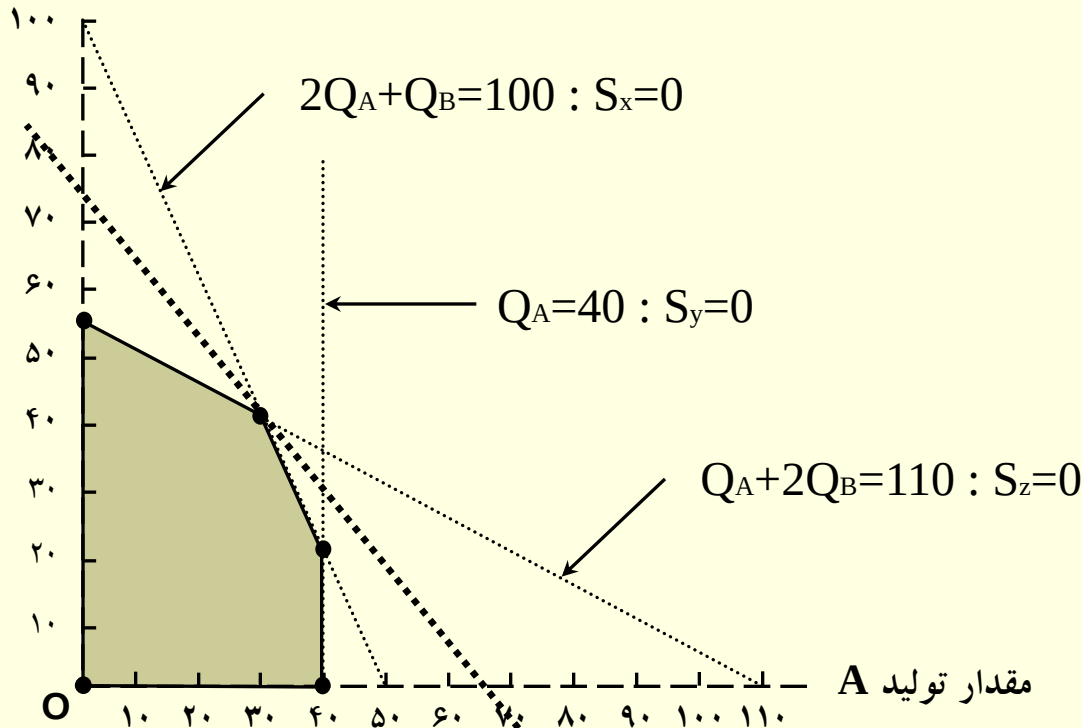
$$\left. \begin{array}{l} 2Q_A + Q_B \leq 100 \\ Q_A \leq 40 \\ Q_A + 2Q_B \leq 110 \\ Q_A \geq 0, Q_B \geq 0 \end{array} \right\} \text{مشروط به:}$$

ب) مقادیر به بهینه A و B و سود کل شرکت را تعیین کنید.

$$\begin{cases} 2Q_A + Q_B = 100 \\ Q_A + 2Q_B = 110 \end{cases} \Rightarrow -2 \begin{cases} 2Q_A + Q_B = 100 \\ Q_A + 2Q_B = 110 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 2Q_A + Q_B = 100 \\ -2Q_A - 4Q_B = -220 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q_B = 40 \\ Q_A = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \pi = 8Q_A + 6Q_B \\ \pi = 8(30) + 6(40) = 480 \end{cases}$$

مقدار تولید B



مقدار تولید A

مسائل فصل ششم: (صفحه ۱۸۴)

ج) اگر قيود به صورت نامعادله نوشته شوند، مسأله برنامه ریزی خطی دوگان مربوطه شامل سه متغیر و اگر به شکل معادله نوشته شوند، شامل پنج متغیر خواهد بود. مقادیر پنج متغیر مسأله دوگان مزبور را چگونه تفسیر می کنید؟ مسأله دوگان را حل نکنید، فقط یک جواب لفظی ارائه دهید.

$$\begin{array}{l} \pi = 8Q_A + 6Q_B \\ 2Q_A + Q_B \leq 100 \\ Q_A \leq 40 \\ Q_A + 2Q_B \leq 110 \\ Q_A \geq 0, Q_B \geq 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} \Rightarrow F_x \\ \Rightarrow F_y \\ \Rightarrow F_z \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \text{هدف: حداکثر کردن} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2Q_A + Q_B + S_x = 100 \\ Q_A + S_y = 40 \\ Q_A + 2Q_B + S_z = 110 \\ Q_A, Q_B, S_x, S_y, S_z \geq 0 \end{array} \right.$$

V_X, V_Y و V_Z به

ترتیب «ارزشهای

منتسب» به عوامل

تولید یا «قیمت سایه»

آنهاست. همچنین R_A و

R_B نشانگر هزینه فرصت

از دست رفته برای هر دو

کالای A و B می باشد.

$$\begin{array}{l} C = 100V_x + 40V_y + 110V_z \\ 2V_x + V_y + V_z \geq 8 \\ V_x + 2V_z \geq 6 \\ V_x, V_y, V_z \geq 0 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \text{هدف: حداقل کردن} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2V_x + V_y + V_z - R_A = 8 \\ V_x + 2V_z - R_B = 6 \\ V_x, V_y, V_z, R_A, R_B \geq 0 \end{array} \right.$$

مسائل فصل هفتم: (صفحه ۲۰۷)

(۱) یک مؤسسه تولیدی با تابع تقاضای زیر برای کالای خود مواجه است:

$$Q = 1000 - P$$

تابع هزینه کل مؤسسه نیز عبارت است از:

$$TC = 100,000 + 0.2Q + 0.9Q^2 + 0.005Q^3$$

(الف) تولید چه مقدار محصول سود مؤسسه را حداکثر می کند؟

(ب) حداکثر سود چقدر است؟

(ج) درآمد کل و هزینه کل را که در آن سود حداکثر است، تعیین کنید.

الف) تولید چه مقدار محصول سود مؤسسه را حداکثر می کند؟

$$Q = 1000 - P \Rightarrow P = 1000 - Q$$

$$\begin{cases} TR = Q \times P = Q(1,000 - Q) = 1000Q - Q^2 \Rightarrow MR = \frac{\partial TR}{\partial Q} = 1000 - 2Q \\ TC = 100,000 + 0/2Q + 0/9Q^2 + 0/005Q^3 \Rightarrow MC = \frac{\partial TC}{\partial Q} = 0/2 + 1/8Q + 0/015Q^2 \end{cases}$$

$$MR = MC \Rightarrow 1000 - 2Q = 0/2 + 1/8Q + 0/015Q^2 \Rightarrow 0/015Q^2 + 3/8Q - 999/8 = 0$$

$$\Rightarrow \text{if } ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0 \quad \text{then} \quad \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$Q = \frac{-3/8 \pm \sqrt{3/8^2 - 4 \times (0/015)(-999/8)}}{2(0/015)} = \frac{-3/8 \pm \sqrt{74/428}}{2 \times (0/015)} = \begin{cases} Q = 160/90 \approx 161 \\ Q = -414/23 \end{cases}$$

مسائل فصل هفتم: (صفحه ۲۰۷)

ب) حداکثر سود چقدر است؟

ج) درآمد کل و هزینه کل را که در آن سود حداکثر است، تعیین کنید.

$$\left\{ \begin{array}{l} TR = Q \times P = Q(1,000 - Q) = 1000Q - Q^2 \xrightarrow{Q=161} TR = 135,079 \\ TC = 100,000 + 0/2Q + 0/9Q^2 + 0/005Q^3 \xrightarrow{Q=161} TC = 144,227 / 505 \end{array} \right.$$

$$\pi = TR - TC = 135,079 - 144,227 / 505 = -9148.505$$

مسائل فصل هفتم: (صفحه ۲۰۷)

۲) یک بنگاه اقتصادی ۴۰.۰۰۰ واحد محصول تولید و بفروش می‌رساند. ظرفیت کارخانه نیز همان ۴۰.۰۰۰ واحد محصول است. این بنگاه اقتصادی در نظر دارد که ظرفیت تولیدی کارخانه اش را گسترش دهد. قیمت محصول این بنگاه ۶ تومان به ازای هر واحد فروش است که پس از گسترش ظرفیت کارخانه نیز ثابت خواهد ماند. در حال حاضر هزینه متغیر محصول تولیدی ۲ تومان برای هر واحد و هزینه ثابت تولید ۸۰.۰۰۰ تومان است. گسترش ظرفیت به ۵۰.۰۰۰ واحد هزینه ثابت را ۵۰ درصد افزایش داده و به ۱۲۰.۰۰۰ تومان خواهد رساند، اما هزینه های متغیر هر واحد ۴۰ درصد کاهش یافته و به ۲/۱ تومان خواهد رسید.

الف) در حال حاضر تولید چه مقدار محصول نقطه سر به سر بنگاه است؟

ب) درجه اهرم عملیاتی جاری بنگاه در ۴۰.۰۰۰ واحد محصول چیست؟

ج) اثر ترکیبی افزایش هزینه های ثابت و کاهش هزینه های متغیر هر واحد بر درجه اهرم عملیاتی در ۴۰.۰۰۰ واحد محصول چیست؟

د) اهمیت تجزیه و تحلیل اهرم عملیاتی در یک مسأله تصمیم گیری مانند این مسأله چیست؟

الف) در حال حاضر تولید چه مقدار محصول نقطه سر به سر بنگاه است؟

$$TR = TC$$

$$P \times Q = TFC + TVC$$

$$P \times Q = TFC + AVC \times Q$$

$$(P - AVC) \times Q = TFC \quad \Rightarrow \quad Q = \frac{TFC}{P - AVC}$$

$$TFC = 80,000, \quad P = 6, \quad AVC = 2$$

$$Q = \frac{TFC}{P - AVC} = \frac{80,000}{6 - 2} = 20,000$$

ب) درجه اهرم عملیاتی جاری بنگاه در ۴۰.۰۰۰ واحد محصول چیست؟

$$\left\{ \begin{array}{l} DOL = \frac{\% \Delta \pi}{\% \Delta Q} = \frac{\Delta \pi}{\Delta Q} \cdot \frac{Q}{\pi} \\ \Delta \pi = \Delta Q(P - AVC) \\ \Delta \pi = \Delta Q(P - AVC) \end{array} \right.$$

$$DOL = \frac{\Delta \pi}{\Delta Q} \cdot \frac{Q}{\pi} = \frac{\Delta Q(P - AVC)}{\Delta Q} \cdot \frac{Q}{Q(P - AVC) - TFC} = \frac{Q(P - AVC)}{Q(P - AVC) - TFC}$$

$$Q = 40,000, \quad P = 6, \quad AVC = 2, \quad TFC = 80,000$$

$$DOL = \frac{Q(P - AVC)}{Q(P - AVC) - TFC} = \frac{40,000 \times 4}{40,000 \times 4 - 80,000} = 2$$

مسائل فصل هفتم: (صفحه ۲۰۷)

ج) اثر ترکیبی افزایش هزینه های ثابت و کاهش هزینه های متغیر هر واحد بر درجه اهرم عملیاتی در ۴۰.۰۰۰ واحد محصول چیست؟

$$Q = 40,000, \quad P = 6, \quad AVC = 2, \quad TFC = 80,000$$

$$DOL = \frac{Q(P - AVC)}{Q(P - AVC) - TFC} = \frac{40,000 \times 4}{40,000 \times 4 - 80,000} = 2$$

$$Q = 40,000, \quad P = 6, \quad AVC = 1/2, \quad TFC = 120,000$$

$$DOL = \frac{Q(P - AVC)}{Q(P - AVC) - TFC} = \frac{40,000 \times 4/8}{40,000 \times 4/8 - 120,000} = 2/67$$

(د) اهمیت تجزیه و تحلیل اهرم عملیاتی در یک مسأله تصمیم گیری مانند این مسأله چیست؟

جواب: با محاسبه اهرم عملیاتی می توان دریافت که یک درصد افزایش در فروش (یا تولید)، چند درصد به سود شرکت می افزاید. البته از این رابطه می توان به نکته مهمی رسید و آن عبارت از این است که هر چه TFC بنگاهی بزرگ تر باشد (یعنی وقتی که تجهیزات بنگاه بیشتر می شود یا سرمایه بری آن افزایش می یابد)، کشش اهرم عملیاتی برای آن بنگاه بزرگ تر است. به بیان دیگر، اضافه کردن درصد کوچکی به فروش سبب افزایش درصد بزرگی در سود بنگاه می شود.

مسائل فصل هشتم: (صفحه ۲۴۶)

۱) فرض کنید صنعت تولید لامپ، صنعتی کاملاً رقابتی است و قیمت لامپ ۱۰۰ وات در این صنعت ۵۰۰ تومان است. هزینه کل یک بنگاه موجود در این صنعت نیز عبارت است از:

$$TC=1000+20Q+5Q^2$$

که در آن TC هزینه کل و Q تولید روزانه این بنگاه است.

الف) چه مقدار تولید، سود این بنگاه را حداکثر می کند؟

ب) سود اقتصادی این بنگاه در این سطح از تولید چقدر است؟

ج) هزینه متوسط تولید این بنگاه در این سطح از تولید چقدر است؟

د) اگر سایر بنگاههای موجود در این صنعت نیز دارای تابع هزینه ای یکسان با تابع هزینه این

بنگاه باشند، آیا این صنعت در تعادل است؟ چرا؟

مسائل فصل هشتم: (صفحه ۲۴۶)

الف) چه مقدار تولید، سود این بنگاه را حداکثر می کند؟

ب) سود اقتصادی این بنگاه در این سطح از تولید چقدر است؟

ج) هزینه متوسط تولید این بنگاه در این سطح از تولید چقدر است؟

$$\begin{cases} MR = P = 500 \\ MC = \frac{\partial TC}{\partial Q} = 20 + 10Q \end{cases} \Rightarrow MR = MC \Rightarrow 500 = 20 + 10Q \Rightarrow Q = 48$$

$$\begin{cases} TR = Q \times P = 48 \times 500 = 24000 \\ TC = 1,000 + 20Q + 5Q^2 = 1,000 + 20 \times 48 + 5 \times 48^2 = 13480 \\ \pi = TR - TC \Rightarrow \pi = 24,000 - 13,480 = 10,520 \end{cases}$$

$$AC = \frac{TC}{Q} = \frac{1,000 + 20Q + 5Q^2}{Q} = \frac{1,000 + 20 \times 48 + 5 \times 48^2}{48} = 280/83$$

د) اگر سایر بنگاههای موجود در این صنعت نیز دارای تابع هزینه ای یکسان با تابع هزینه این

بنگاه باشند، آیا این صنعت در تعادل است؟ چرا؟

جواب: در کوتاه مدت و شرایط رقابت کامل، امکان سود بیش از سود عادی، یعنی «سود اقتصادی»

وجود دارد؛ ولی در بلند مدت، سود اقتصادی مثبت باعث جذب بنگاههای جدید به صنعت، همچنین

افزایش تولید به وسیله بنگاههای موجود می شود. همزمان، قیمت عوامل تولید یا ثابت می مانند. به هر

حال تعادل بلند مدت پس از تعدیلات مربوطه مجدداً در حداقل هزینه متوسط بلند مدت که سود

اقتصادی صفر است، حاصل می شود.

در تعادل بلند مدت، بنگاههای موجود در صنعت تمایلی برای خروج از صنعت ندارند و انگیزه ای هم

برای ورود بنگاههای جدید به صنعت وجود ندارد. قیمت با ثبات است و هر بنگاه در نقطه حداقل

منحنی هزینه متوسط کوتاه مدت تولید می کند.

۲) تابع تقاضای تخمینی برای بنگاهی انحصاری عبارت است از:

$$Q=78-1/1P+2/3Y+0/9A$$

که در آن Q تعداد واحد فروش، P قیمت محصول تولیدی به تومان، Y درآمد سرانه کشور (به هزار تومان)، و A هزینه تبلیغاتی بنگاه (به هزار تومان) است. تابع متوسط هزینه متغیر این بنگاه نیز عبارت است از:

$$AVC=42-8Q+1/5Q^2$$

که در آن AVC متوسط هزینه متغیر به تومان است.

الف) آیا می توان تابع هزینه نهایی این بنگاه را تعیین کرد؟

ب) آیا می توان تابع درآمد نهایی این بنگاه را تعیین کرد؟

ج) اگر درآمد سرانه در کشور ۴۰۰ هزار تومان و هزینه تبلیغاتی بنگاه ۲۰۰ هزار تومان باشد،

قیمت و مقدار را در سطح تولید بهینه تعیین کنید.

الف) آیا می توان تابع هزینه نهایی این بنگاه را تعیین کرد؟

ب) آیا می توان تابع درآمد نهایی این بنگاه را تعیین کرد؟

$$\left\{ \begin{array}{l} AVC = 42 - 8Q + 1/5Q^2 \\ TVC = AVC \times Q = 42Q - 8Q^2 + 1/5Q^3 \\ MC = \frac{\partial TVC}{\partial Q} = 42 - 16Q + 4/5Q^2 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Q = 78 - 1/1P + 2/3Y + 0/9A \\ P = \frac{78 - Q + 2/3Y + 0/9A}{1/1} = 70/9 - 0/9Q + 2/09Y + 0/81A \\ TR = Q \times P = Q(70/9 - 0/9Q + 2/09Y + 0/81A) \\ MR = \frac{\partial TR}{\partial Q} = 70/9 - 1/8Q + 2/09Y + 0/81A \end{array} \right.$$

ج) اگر درآمد سرانه در کشور ۴۰۰ هزار تومان و هزینه تبلیغاتی بنگاه ۲۰۰ هزار تومان باشد، قیمت و مقدار را در سطح تولید بهینه تعیین کنید.

$$\begin{cases} MC = \frac{\partial TVC}{\partial Q} = 42 - 16Q + 4/5Q^2 \\ MR = \frac{\partial TR}{\partial Q} = 70/9 - 1/8Q + 2/09Y + 0/81A \xrightarrow{Y=400, A=200} MR = 1068/9 - 1/8Q \end{cases}$$

$$MC = MR \Rightarrow \begin{cases} 42 - 16Q + 4/5Q^2 = 1068/9 - 1/8Q \\ 4/5Q^2 - 14/2Q - 1026/9 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow Q = \frac{14/2 \pm \sqrt{14/2^2 + 4 \times 4/5 \times 1026/9}}{2 \times 4/5} = \frac{14/2 \pm \sqrt{18685/84}}{2 \times 4/5} = \begin{cases} Q = 16/76 \approx 17 \\ Q = -13/61 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Q = 17, & Y = 400, & A = 200 \\ P = 70/9 - 0/9Q + 2/09Y + 0/81A \end{cases} \Rightarrow P = 1053/6$$

مسائل فصل نهم: (صفحه ۲۷۸)

۱) شرکتی تولیدکننده دو کالای X و Y است. این شرکت به ازای تولید هر واحد از کالای X، ۲ واحد کالای Y تولید می کند. تابع هزینه کل این شرکت عبارت است از:

$$TC=500+3Q+9Q^2$$

که در آن Q تعداد واحدهای تولید شده است (هر واحد تولید شامل ۱ واحد X و ۲ واحد کالای Y) و TC هزینه کل به تومان است. تابع تقاضا برای دو محصول عبارتند از:

$$P_x=400-Q_x$$

$$P_y=300-3Q_y$$

که در آن P_x و Q_x به ترتیب قیمت و مقدار تقاضای کالای X و P_y و Q_y قیمت و مقدار تقاضای کالای Y هستند.

الف) چه مقدار از هر یک از دو کالا شرکت تولید و به فروش می رساند؟

ب) چه قیمتهایی برای دو کالا این شرکت تعیین خواهد کرد؟

الف) چه مقدار از هر یک از دو کالا شرکت تولید و به فروش می رساند؟

ب) چه قیمت‌هایی برای دو کالا این شرکت تعیین خواهد کرد؟

$$\left\{ \begin{array}{l} Q = Q_x + 2Q_y \\ TR = P \times Q = P_x \times Q_x + P_y \times Q_y = (400 - Q_x) \times Q_x + (300 - 3Q_y) \times Q_y \\ \quad = 400Q_x - Q_x^2 + 300Q_y - 3Q_y^2 \\ TC = 500 + 3Q + 9Q^2 = 500 + 3(Q_x + 2Q_y) + 9(Q_x + 2Q_y)^2 \\ \quad = 500 + 3Q_x + 6Q_y + 9Q_x^2 + 36Q_y^2 + 36Q_x Q_y \\ \pi = TR - TC = 400Q_x - Q_x^2 + 300Q_y - 3Q_y^2 - (500 + 3Q_x + 6Q_y + 9Q_x^2 + 36Q_y^2 + 36Q_x Q_y) \\ \quad = 397Q_x - 294Q_y - 10Q_x^2 - 39Q_y^2 - 36Q_x Q_y - 500 \\ \frac{\partial \pi}{\partial Q_x} = 397 - 20Q_x - 36Q_y = 0 \\ \frac{\partial \pi}{\partial Q_y} = 294 - 78Q_y - 36Q_x = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} Q_x = ? \\ Q_y = ? \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} P_x = 400 - (?) = ? \\ P_y = 300 - 3(?) = ? \end{array} \right.$$

مسائل فصل نهم: (صفحه ۲۷۸)

۲) یک بنگاه اقتصادی از دو دپارتمان تولید و بازاریابی ترکیب شده است. هزینه نهایی تولید یک واحد محصول بنگاه ۱۰ تومان، و هزینه بازاریابی هر واحد آن ۴ تومان است. تابع تقاضا برای محصول این بنگاه عبارت است از:

$$P=100-0.1Q$$

که در آن P قیمت هر واحد به تومان، و Q تعداد واحدهای تولید شده است. بازار خارجی برای محصول تولید شده توسط دپارتمان تولیدی نیز وجود ندارد.

الف) تولید بهینه این بنگاه چقدر است؟

ب) چه قیمتی را بنگاه تعیین خواهد کرد؟

ج) چه مبلغی را دپارتمان تولید از دپارتمان بازاریابی به ازای هر واحد تولید دریافت خواهد کرد؟

مسائل فصل نهم: (صفحه ۲۷۸)

الف) تولید بهینه این بنگاه چقدر است؟

ب) چه قیمتی را بنگاه تعیین خواهد کرد؟

ج) چه مبلغی را دپارتمان تولید از دپارتمان بازاریابی به ازای هر واحد تولید دریافت خواهد کرد؟

$$\begin{cases} MC = MC_p + MC_M = 10 + 4 = 14 \\ TR = P \times Q = (100 - 0.1Q) \times Q = 100Q - 0.1Q^2 \xrightarrow{MC=MR} \begin{cases} 100 - 0.2Q = 14 \\ Q = 430 \end{cases} \\ P = 100 - 0.1Q = 100 - 0.1 \times 430 = 57 \end{cases}$$

جواب ج) ۱۰ تومان است، چرا که اگر هر بخش بخواهد سود بخش خود را حداکثر کند، قیمت انتقالی

باید برابر هزینه نهایی تولید در سطح تولید بهینه باشد.