



کتاب پیژندنه

د کتاب نوم:	احصائیه او احتمالات
څانګه:	اداره او منجمنیت
مؤلف:	محبوبه مموزی او میره محمد شاه رفیعی
ژباړن:	نورالله عماد
د څار کمېټه:	
	- محمد آصف ننګ د تخنیکي او مسلکي زده کړو معین - دیپلوم انجنیر عبدالله کوزایي د تعلیمي نصاب رییس - محمد اشرف وحدت په تعلیمي نصاب کې د معینیت د مقام سلاکار
د تصحیح کمېټه:	
	- محمد احسان احسان - شیرگل شینواری
د ګرافیک او ډیزاین څانګې مسئول:	محمد جان علیرضایي
ګرافیک او ډیزاین:	محمد سلیم خان
چاپ کال:	۱۳۹۲ لمریز کال
تیراژ:	۳۰۰۰
چاپ ځل:	لومړی
وېب پاڼه:	www.dmtvet.gov.af
برېښنالیک:	info@dmvtvet.gov.af
کې ISBN:	۹۷۸۹۹۳۶۳۰۰۵۱۴

Ketabton.com

د چاپ حق د تخنیکي او مسلکي زده کړو له معینیت سره خوندي دی



ملي سرود

دا وطن افغانستان دی	دا عزت د هر افغان دی
کور د سولې کور د تورې	هر بچی یې قهرمان دی
دا وطن د ټولو کور دی	د بلوڅو د ازبکو
د پښتون او هزاره وو	د ترکمنو د تاجکو
ور سره عرب، گوجر دي	پامیریان، نورستانیان
براهوي دي، قزلباش دي	هم ایماق، هم پشه یان
دا هیواد به تل څلیږي	لکه لمر پر شنه آسمان
په سینه کې د آسیا به	لکه زړه وي جاوېدان
نوم د حق مو دی رهبر	وایو الله اکبر وایو الله اکبر



د پوهنې وزیر پېغام

گرانو زده کوونکو، محصلانو او درنو ښوونکو!

د یوې ټولنې وده او پرمختګ کاملاً د هماغې ټولنې د پیاوړو کاري کادرونو، بشري قوې او ماهر و فکرونو په کار او زیار پورې تړلي دي. همدا بشري قوه او کاري مټې دي چې د هیواد انکشافی اهدافو ته د رسیدو لارې چارې طي کوي او د یوه نیکمرغه، مرفه او ودان افغانستان راتلونکی تضمینوي. انسان په خپل وار سره د الله تعالی له جانبو او هم د خپل انساني فطرت له اړخه موظف او مکلف دی چې د ځمکې په عمران او د یوه سوکاله ژوند د اسبابو او ایجاباتو د تکمیل لپاره خپل اغیزمن نقش، همدارنګه ملي او اسلامي رسالت ادا کړي.

له همدې ځایه ده چې د یوه ژوندي او فعال انسان نقش، د خپل ژوند د چاپیریال او خپلې اړوندې ټولنې په اړه، تل مطلوب او په هیڅ حالت کې نه نفی کېږي او نه هم منقطع کېږي. په ټول کې د پوهنې نظام او په خاصه توګه د تخنیکي او مسلکي زده کړو معینیت مسوولیت او مکلفیت لري چې د اسلامي ارزښتونو، احکامو او همداراز معقولو او مشروع قوانینو ته په ژمنتیا سره، د افغانستان په انکشاف کې فعاله، چاپکه او موثره ونډه واخلي، ځکه دغه ستر او سپیڅلي هدف ته د رسیدو په خاطر د انساني ظرفیت وده، د حرفوي، مسلکي او تخنیکي کادرونو روزنه او پراختیا یو اړین مقصد دی. همدا په تخنیکي او مسلکي زده کړو مزین تنګي ځوانان کولی شي چې په خپلې حرفې او هنر سره په سیستماتیک ډول د هیواد انکشاف محقق او میسر کړي.

جوته ده چې په افغانستان کې د ژوند ټک لاره، دولتداري او ټولنیز نظام د اسلام له سپیڅلو احکامو څخه الهام اخیستی، نو لازمه ده چې زموږ د ټولنې لپاره هر ډول پرمختګ او ترقي باید په علمي معیارونو داسې اساس او بنا شي؛ چې زموږ د کارګر نسل مادې او معنوي ودې ته پکې لومړیتوب ورکړ شي. د حرفوي ظرفیت جوړونې تر څنګ د ځوانانو سالم تربیت او په سوچه اسلامي روحې د هغوی پالنه نه یوازې پخپل ذات کې یوه اساسي وجیه ده، بلکې دا پالنه کولی شي چې زموږ وطن پخپلو پښو ودروي، له ضعف څخه یې وژغوري او د نورو له سیاسي او اقتصادي احتیاج څخه یې آزاد کړي.

زموږ گران زده کوونکي، محصلان، درانه استادان او مربیان باید په بشپړه توګه پوه شي، چې د ودان او نیکمرغه افغانستان ارمان، یوازې او یوازې د دوی په پیاوړو مټو، وینښ احساس او نه ستړي کیدونکي جد او جهد کې نغښتی او د همدغو مسلکي او تخنیکي زده کړو له امله کیدای شي په ډیرو برخو کې د افغانستان انکشافی اهداف تر لاسه شي.

د دې نصاب له ټولو لیکوالانو، مولفینو، ژباړونکو، سمونکو او تدقیق کوونکو څخه د امتنان تر څنګ، په دې بهیر کې د ټولو کورنیو او بهرنیو همکارانو له مؤثرې ونډې او مرستو څخه د زړه له کومي مننه کوم. له درنو او پیاوړو استادانو څخه رځمندانو هیله کوم چې د دې نصاب په ګټور تدریس او فعاله تدریب سره دې د زړه په ټول خلوص، صمیمي هڅو او وجداني پیکار خپل ملي او اسلامي نقش ادا کړي. د نیکمرغه، مرفه، پرمختللي او ویاړمن افغانستان په هیله

فاروق وردګ

د افغانستان د اسلامي جمهوریت د پوهنې وزیر

لړلیک

څپرکی	سرلیکونه	پاڼې
لومړی	د احصائیې تعریف او اصطلاح	۸-۱
دویم	د احصائیوي څېړنو پړاوونه	۲۴-۹
درېیم	د پېښېدو (وقوع) بیا وېشنه او د فریکونسي وېشنه	۴۲-۲۵
څلورم	مرکزي (اوسط) میلان مقیاس	۷۸-۴۳
پنځم	د انحراف یا خوړېدو (پراگندگی) مقیاسونه	۹۰-۷۹

دویم برخه		
مقدمه: احتمالات		
لومړی	د احتمالاتو مفاهیم	۱۰۴-۹۳
دویم	د احتمالاتو د سنجش بنسټیز قواعد	۱۱۰-۱۰۵
درېیم	د ترکیباتو تیوري	۱۱۸-۱۱۱
سرچینې او اخیستنې		
د ښوونیز نصاب د پراختیا د ریاست پیغام		
۱۲۰		

مقدمه

له نفوس، توليدي او صنعتي موسساتو او د يو هيواد له محصولاتو څخه په دقيقه توگه معلومات لرل مېرمه اړتيا ده، چې له دې پرته د هر ډول ټولنيزو او اقتصادي پاليسيو طرح او تطبيق او د طرحه شوو پلانونو تحقق غير ممکن وي. د همدې اړتيا له مخې د پرمختگ او ودې په لور گام په گام وېښ او متمدن بشريت د معلوماتو او تخليص د راټولولو او له هغه څخه د نتيجه اخستلو په غرض له علمي ميتودونو او روشونو څخه استفاده کړې ده. د حساب سيستماتيک مفاهيم او منظم تکامل انسان بريالی کړ تر څو د احصايې او احتمالاتو د علم بنسټ کېږدي او د همدې علم په مرسته اوس هم زياتې ستونزې او مهم مسائل په اقتصادي او ټولنيزو کارونو کې حلوي. د احصايې او احتمالاتو تيوري چې نن ورځ د زياتره تعليمي څانگو لکه اقتصاد، کرنې، کمپيوټر د مطالعې وړ گرځول کېږي، توانيدلې د معاصر انسان د ټولنيزو فعاليتونو ټول اړخونه تر خپلې وړانگې لاندې راولي. په عمومي بڼه احصايه د لوړو رياضياتو له يوې څانگې څخه ده چې د تاريخ له علم سره ډېر لرغونتوب لري.

له احصايې څخه په استفادې کولای شو له محدودو معلوماتو څخه نسبتاً دقيقې نتيجې لاس ته راوړو. له دې پلوه متخصصينو احصايه د هنر د تصميم نيونې په شان په نامعينو شرايطو کې تعريف کړې ده. زموږ گران هيواد چې د تخنيکي او مسلکي بيا رغونې په حال کې دی، د تخنيکي او مسلکي زده کړو معينيت د مسلکي او فني کادرونو او د مؤثرو او برياليو اداري کارکوونکو روزنه يې د خپلو دندو له برخو څخه گرځولې ده او هڅه کوي چې د ادارې او حسابدارۍ د انستيتيوټونو له لارې کارکوونکي وروزي تر څو وکړای شي په دولتي او خصوصي ادارو کې د کارونو د ادارې او لارښوونې په غرض، د کاري پلانونو د جوړونې او سمبالښت دندې سرته ورسوي. نو ځکه د هغوی خبريدل د احتمالاتو او احصايې له اساساتو څخه او د هغه په کار اچونه په ورځنيو کارونو کې يو له مهمو اړتياوو څخه شمېرل کېږي. هيله لرو تر څو گران محصلين د دغه اثر په مطالعې سره وکولای شي د احصايې د علم په ارزښت ځانونه پوه کړي او وکړای شي د دندو د سرته رسولو پر وخت له هغې څخه مطلوبه گټه واخلي.

په درناوی

د کتاب ټوليزه موخه:

- د احصايې تعريف، د احصايوي پړاوونو پېژندل، مرکزي ميلان مقياس او د انحراف يا خوریدو د مقياسونو پېژندل.
- د احتمالاتو، د هغوی د بنسټيزو قواعدو او ترکيباتو د تيوری پېژندنه.

د احصايې تعريف او اصطلاح

ټوليزه موخه:

د احصايې له اصطلاح او تعريف څخه بشپړه پوهه

د زده کړې موخې: د دې څپرکي په پای کې محصلین کولای شي لاندې موضوعات تعریف او توضیح کړي:

- 1- په علمي بڼه د احصايې مفهوم او د احصايې د علم تعريف
- 2- له ټولنې سره د احصايې د اړيکو مفهوم
- 3- د احصايې تاريخچه
- 4- د اقتصاد او پلان جوړونې په امورو کې له احصايې څخه د استفادې موارد

احصائيه عربي کلمه ده چې معنا يې د ژوند د اړوندو مسایلو شمارل، نیول او کله هم شمېرل ښکاره کوي. د اقتصاد د پوهانو او د احصايې د نظر خاوندانو په عقیده د Statistic کلمه د status له کلمې څخه مشتق شوې چې، له هغې څخه د قانوني وضعیت او قانوني موقف مفاهیم استنتاج کېږي. سربېره پر دې له نوموړې کلمې څخه د حکومت، حالت او وضعیت معنا هم اخیستل کېږي. د status علمي تفسیر د دولت او سیاستوالو د اړتیا وړ ارقامو او معلوماتو په کلمې منتج کېږي.

د احصايې د علم په اړه بېلابېل تعریفونه ورکړل شوي، چې ځینې يې محدود مفاهیم او ځینې نور يې پراخ مفاهیم رانغاړي، مثلاً یو یې د ارقامو علم او بل یې د یوې پرمختللي یا پرمختګ په لور ټولنې د خصوصیاتو د موندلو مطالعې وسیله ښودلې. ځینو د زیاتو طبقاتو

او بېلابېلو گروپونو مطالعه، د احصايې د علم د ښکاره ځانگړنو له جملې څخه گڼلې ده، چې په ټوليزو اصولو سره، د کار وړ اطلاعات د دولت د کارکوونکو اوسپاستوالو د علمي څېړنو د استفادې په غرض ارزښتناک نقش لري. د احصايې د مفهوم موضوع او اطلاق له کچې يا اندازې څخه عبارت ده يا په بل عبارت هغه څيزونه يا موضوعات، چې د شمار په قيد کې د راتلو امکان و لري او د شمېرلو په مرسته څرگندېدلای شي د هغه په علمي او پراخه مفهوم کولای شو احصايه داسې تعريف کړو:

احصايه د لاندې موضوعاتو په غرض د علم يا علمي طريقو له مجموعې څخه عبارت ده:

۱- د معلوماتو او شمېرو (اعدادو) راټولونه، لنډيز او ترتيب.

۲- د معلوماتو او شمېرو (اعدادو) څرگندول.

۳- د معلوماتو او شمېرو (اعدادو) مطالعه او تحليل.

۴- د معلوماتو او شمېرو (اعدادو) نتيجه گيري، تفسير او څېړنه .

۵- د تحليل شوو معلوماتو او شمېرو (اعدادو) په نظر د تصاميمو نيول.

په بل عبارت احصايه د تحليل شوو معلوماتو او شمېرو (اعدادو) په نظر د علم يا د علمي ميتودونو له مجموعې څخه د ټولونې په غرض، په يو يا څو برخو کې د معلوماتو او شمېرو (اعدادو) د څرگندولو او تحليل له انسجام او د هغه په اړه نتيجه اخيستنې او تصميم نيونې څخه عبارت دی. په عملي ژوند کې د احصايې له يوې ورځې نه بلې ورځې ته زيات او دايمي اهميت د انکار وړ نه دی او په درملنه (طبابت)، بيالوژي، کيميا، فزيک او بالاخره د طبيعي علومو په ټولو څانگو کې يې د منلو وړ اهميت لاسته راوړی دی. همدارنگه د ذهني علومو نيمه برخه هم رانغاړي. په ځانگړی توگه په هغو علومو کې، چې د هغوی د بحث وړ توکی يا (اجزاوې) بشپړ وي او بشر د ټولنې (جمعيت) په توگه په دولتي، کلتوري او اقتصادي ژوند کې ځانگړی راولوبوي او د دې علم له مرستې څخه سترگې نه شي پټولای.

له ټولنې سره د احصايې اړيکې:

د هرې ورځې په تېرېدو سره بشر دنننې ژوند مفاهيمو ته اړتيا پيدا کوي، چې د احصايوي تحليل شوو معلوماتو پر مخ ټينگ ولاړ وي او سربېره پر دې د احصايوي مېرمنو روشونو بنسټ اېښودنه د احتمالاتو د تيوريو د اساساتو له مخې شوې ده. د علومو په بېلابېلو څانگو لکه بيالوژي، طب، اقتصاد، اجتماعيات، ښوونې او روزنې، کرنې او صنعت کې

تل د استفادې وړ گرځي. البته له احصائې څخه په ځينو څانگو کې له يوې برخې څخه او په نورو څانگو کې له بلې برخې څخه گټه اخيستل کېږي. له احصائې څخه د علومو له څانگو څخه د يوې څانگې په توگه او له خاصو ميتودونو او روشونو څخه د يوې ساحې په توگه په لاندې ډگرونو کې په پراخه توگه کار اخيستل کېږي:

- ۱- د کرنې او صنعتي محصولاتو د توليد او توضيح په ډگر کې.
- ۲- د نفوسو، کورنيو او وگړو د خصوصياتو په ډگر کې.
- ۳- د مهاجرتونو، مسافرتونو او په هغه پورې د اړوندو حالاتو په ډگر کې.
- ۴- د فزيکي، اقتصادي، ټولنيزو بنسټونو د ودانولو او د هغوی د ساتنې او څارنې په ډگر کې.
- ۵- د علومو په بېلابېلو څانگو کې د علمي څېړنو، مطالعاتو او سروې گانو په ډگر کې.
- ۶- د سياست، رهبري د روشونو، ټاکنو او انساني حقوقو په ډگر کې.
- ۷- د مالياتو د ټولونې او ترانسپورت په ډگر کې.
- ۸- د ملي او نظامي خدماتو د ښوونې او روزنې او د نفوسو د جلب په ډگر کې.
- ۹- د ساينس او تکنالوژۍ په ډگر کې.
- ۱۰- د بېړنيو حالاتو اوچټکو مرستو، بيا رغونې او د اقتصادي پراختيا په ډگر کې.

د احصائې تاريخچه:

احصائې د دولتونو د اختصاصي علومو، پراختيا او پيدايښت له څانگو څخه د يوې څانگې په توگه ارتوالی او انکشاف پيدا کړی او اوږده سابقه لري. لرغونو مصريانو، بابليانو او روميانو به د سرچينو او نفوسو مفصل ریکارډونه د دولت د کارونو په منظور ساتل. د ارسطو په وخت کې به احصائيه د دولتي، نفوس شمېرنې او ټکټونو په مسایلو کې په کار اچول کيده.

د روم په امپراتورۍ کې له هغې څخه د کار اخيستلو شواهد شته، د يوناني سکندر لپاره احصائيه د اهميت وړ وه. د هغه وخت امپراتورۍ د لومړي ځل لپاره د خپل دولت بيلانس سمبال کړ چې، خپل عساکر او بېړۍ به يې شميرلې. همدارنگه مصريانو او روميانو په بېلابېلو مواردو کې له احصائيوې روشونو څخه استفاده کړې ده. د بېلگې په ډول د يوناني فيثاغورث په وخت کې له اوسطو قواعدو او د وسطي حدودو سنجش څخه استفاده شوې ده.

احصائیه په ۱۶ او ۱۷ پیړۍ کې په ځانګړي توګه د قمار د لوبو د اوبستونکو ترمنځ مروج وه ځکه چې هغوی په احتمال او چانس عقیده درلوده او ستونزې او مسایل به یې د هغې زمانې لویو علماوو لکه ګالیله (Galila)، کارډینو (Cardano)، برنولي او فرمت (Farmer) ته وړاندې کړل تر څو له هغوی څخه ځواب لاس ته راوړي. په عین وخت کې د احصائې زیات پرمختګونه په اروپا کې رامنځ ته شول. لومړی جان ګرانټ (John Grant) په انګلستان کې د ریاضیاتو له لارې د احصائې په اړه مطالعه وکړه. په طبي احصائو کې یې بیمې او اقتصاد په نشر ورسول. د نوموړي مطالعات وروسته په دقیقه توګه په قاعده کې د لویو اعدادو تر سرلیک لاندې د برنولي په مرسته توضیح او تشریح شول او وروسته یو اثر د پیارسون Pearson په مرسته خپور شو.

ډیمایتر Demoiter عالم، د لومړي ځل لپاره په ۱۷۳۳ کال کې توضیح جوړونه ونوموله. همدارنګه د نجوم په ساحه کې د احتمالاتو د تطبیق قوانین د لاپلاس Laplace او ګوس Gouss په مرسته تر سره شوې دي. د ۱۹ پیړۍ په پیل کې بلجیمي مشهور منجم او احصائیه پوه ادولت کواتلیټ د لومړي ځل لپاره احصائیوي تیوري ګانې د علمي څېړنو په سر ته رسولو کې د میتود او روش په توګه د استفادې وړ وګرځولې. همدارنګه د Vnapp په نوم یو عالم د عمر په بېلابېلو وختونو کې د انسانانو د مړینې په اړه احصائیه جوړه او خپره کړه. ګالټن Galton د بیولوژي په ساحه کې د وراثت په علم پورې اړوند مخصوصو مسایلو کې د احصائیوي روشونو تطبیق مروج کړ او انګلیسي احصائیه پوه رونالد فشر Ronand Fisher هم د کرنې په ساحه کې د علمي او تحقیقاتي تجربو د طرحې په اړه احصائیه په ښه توګه مروج او پراخه کړه.

له تاریخي پلوه د احصائې تیوري خپل پراختیایي پړاوونه د زیاتو علماوو په مرسته د نړۍ په بېلابېلو ځایونو کې وهلي دي. دا یو ستونزمن کار دی تر څو د بېلابېلو څانګو د پوهانو لست چې د احصائې په پراختیا کې یې مرسته کړې جوړ کړو! د احصائې د تاریخچې په هکله زیاتوو چې:

- ۱- په چین او لرغوني هند کې د مسیح له میلاد څخه زرکاله وړاندې د نفوس سرشمیرنه او د شتمنیو، مالونو او نفوسو اندازه نیونه منځ ته راغلې ده.
- ۲- له میلاد څخه وړاندې د درې زره کلونو په شاوخوا کې مصریانو، بابلیانو او رومیانو د نفوسو او ځمکو ریکارډ ساته.

۳- له ميلاد څخه ۳۵۰۰ کاله ترمخه په مصر کې د نفوسو سرشمېرنې رواج درلود، په کليميانو(تپيانو) پورې اړوند يو کتاب((د اعدادو کتاب))په نوم چې د سړيو سرشمېرنه د سرتېرو د جلب په مقصد د جنگ لپاره رانغاړي.

۴- په اتلسمه پېړۍ کې دولت پېژندنه په پوهنتونونو کې تدريس کېده، دا څانگه يې د Statistics په نوم يادوله، چې وروسته د Arithmetician politics سياسي حساب دانانو په نوم منځ ته راغله.

۵- په مصر کې د فرعون په وخت کې نغده کلنگ (خراج) او کلنگ يا خراج له خپله محصولاتو څخه اخيستل کېده، دا کلنگ د څو کلنو د منځنيو پيداوارو په اساس محاسبه او وروسته اخيستل کېده.

۶- د خلفای راشدينو او حضرت عمر فاروق^(ض) په دوره کې د ځمکو تقسيم بندي د خلافت تر نظام لاندې منځ ته راغله. د حکامو د مالونو او جايدادو حساب اخيستنه او حساب ورکونه تر سره کېده.

دعراق له فتحې سره هم مهاله د خلکو شمېرنه منځ ته راغله. سعد بن وقاص^(ض) د کرنيزو ځمکو اندازه کول پيل کړل.

۷- انگليسي رونالد فيشر Ronal Fisher چې تر ۱۹۶۲ کاله ژوندی ؤ، د کرنې په ساحه کې څېړنې او د علمي څېړنو په برخه کې يې په بې ساري توگه احصائې ته پراخوالی ورکړ. په افغانستان کې له هغې دورې څخه چې، د مستوفيتونو نوم اخيستل کېږي، د حکومتونو معاملات له احصائې سره او د احصائې په کار اچونه د حکومتي (عامه) شتمنيو په راټولونه او سمبال کې څرگندوي.

په وروستيو کلونو کې احصائيه د يوه دسپلين په بڼه منځ ته راغله او په زياتره علمي او نظري څانگو کې يې د ورځې په تېرېدو سره ډېر اهميت تر لاسه کړی او د دې پېړۍ په نيمايي کې د احصائې کورسونه په ترتيب سره د ښوونې او روزنې، اقتصاد او د روحياتو په ډيپارتمنتونو کې او اوس د بېلابېلو هيوادونو د پوهنتونونو په زياترو ډيپارتمنتونو کې تدريس او تعقيبېږي. د ۱۳۵۴ لمريز کال له پيل نه را په دې خوا احصائوي رشتوي مضامين او د احصائې او اکسونومري څانگه (ډيپارتمنت)د اقتصاد د پوهنځي په چوکاټ کې منځ ته راغلې، چې د اقتصاد پوهنځي د دې ډيپارتمنت لومړني فارغان د ۱۳۵۶ لمريز کال په پای کې ټولنې ته وړاندې شول.

له احصائې څخه گټه اخیستنه او په پلان جوړونه او اقتصاد کې د هغې اهمیت:

څرنگه چې مخکې یادونه وشوه د احصائې تاریخي لرغونتوب ډېرو زمانو ته رسیږي، د احصائې پراختیا او د استفادې مواردو هم بېلابېل پړاوونه وهلي او اوس هم ودې په حال کې ده. په لرغونو ټولنو کې احصائیه د نفوس د شمېرلو، د مالیاتو ورکړه او د مکلفیتونو د سرته رسولو په مقصد په کار اچول کېده. له حیاتي احصائې او د نفوسو د احوال ثبت سره مینه له دوو اړخونو زیاته شوي. یو له دې اړخه چې د ساري ناروغیو تلفات او شیوع یې په سمه توګه وسنجول شي او پرې پوه شو. او بل له دې اړخه، چې نفوس د دولت مهم قدرت او عظمت په خاصه توګه نظامي قدرت پېژندل کېده. د حیاتي (مړینه او زېږېدنه) احصائیو له ثبت او د نفوسو له احصائې څخه وروسته، په اروپا کې زیاتره په کلیسا ګانو کې د کشیشانو په مرسته په دفترونو کې لیکل کیدې او دولتي څانګو هغه ته اعتبار ورکاوه. همدارنګه په اروپا کې اقتصادي احصائې په خاصه توګه بهرني تجارت او قیمت بیه اوسپنو (فلزاتو) په تدریج سره اهمیت ترلاسه کړ. احصائیوي معلومات، چې په غالب ګمان د دولت پټ رازونه پېژندل کېدل، په تدریج سره په ورځپاڼو او جريدو کې خپرې او په هر ځای کې وپېشل شوې. د احصائیوي معلوماتو د صحت او اعتبار په اړه لازمي څېړنې ترسره شوې. په احصائیه او اقتصاد کې د ریاضي او احتمالاتو شاملول د احصائې په زیاته پراختیا کې ځانګړي قدمونه وشمېرل شول. د احصائیوي علماوو لومړنۍ نړیواله جلسه په ۱۸۵۳ میلادي کال کې د احصائې د نړیوال کانګرس تر سرلیک لاندې جوړه شوه. د نړۍ په زیاتره هیوادونو کې احصائیه د مهمې او بنسټیزې وسیلې په توګه د پلان جوړونې، کنترول او څارنې په امورو کې استعمالیږي.

زموږ په هیواد کې هم د احصائې مرکزي اداره د عظمې صدارت تر مسقیم اثر لاندې په ۱۳۵۲ کال کې جوړه شوه او اوس د یوې خپلواکې ادارې په توګه په ځانګړي ډول د لاندینيو موخو په اړه فعالیت کوي.

۱- د هیواد له عیني شرایطو سره سم د اړتیا وړ علمي سیستم او د احصائیوی تمرکز تأمین او توسعه د علمي او نړیوالو معیارونه سره سم د انکشافی، اقتصادي، ټولنیزو او د ټولو مواردو د پلانونو او پروګرامونو د لارښوونې او استفادې د ترتیب په مقصد.

۲- د ادارې، موسساتو او ټولو وګړو د احصائیوي فعالیتونو د علمي او مسلکي لارښوونو لپاره نظارت چې، د احصائیوي معلوماتو او ارقامو په راټولولو اقدام کوي.

۳- په ملي سطحه د کمپیوټري خدماتو او فعالیتونو تمرکز او تنظیم.

۴- د میتودولوژی، تثبیت، د حیاتي وقایع د احصائیې ثبت او راټولونه او د هغه تدریجي عامل یا دودول په ملي سطحه.

۵- د هغو پروژو او پروگرامونو د کار د پرمختګ او تطبیق په اړوند چې د دولت په انکشافی پلانونو کې شامل دي د احصائیو او ارقامو راټولونه- د راپورونو د جوړونې او بررسی په منظور- او لازم وړاندیزونه په دې برخه کې ډیصلاح مقاماتو ته ورکول.

په لنډ ډول د نن ورځې احصائیې او احصائیوي معلومات د ژوند په ټولو مسایلو کې سر او کار لري د ارقامو او شمېرو استنتاج، تحلیل، ترتیب او جوړونه په ټولو امورو کې او په پلان جوړونه کې په عمومي توګه په کار اچول کېږي. د بېلګې په ډول د نفوسو احصائیې، حیاتي ځانګړې احصائیې، د تجارت احصائیې، بانکي احصائیې، د کانو او صنایعو احصائیې، د کرنې احصائیې، د مخابراتو او مواصلاتو احصائیې، د ښوونې، عامه روغتیا او ټولنیزو خدماتو احصائیې، مالي احصائیې، د ملي محاسباتو احصائیې او داسې نور.

د لومړي څپرکي د مطالبو لنډيز:

د احصائيې تعريف: احصائيې د شمېرو او معلوماتو د راټولونې، لنډيز او ترتيب، او د نتيجه اخستنې د مطالعې او تحليل او د راټولو شوو معلوماتو او شمېرو په اړه د تصميم نيونې په غرض د علم يا علمي روشونو له مجموعې څخه عبارت ده.

د احصائيې مفهوم: احصائيې له کچې يا اندازې څخه عبارت ده يا په بل عبارت هغه څيزونه يا موضوعات دي، چې د شمېرې په قيد کې راوړل شي او د شمېرلو په مرسته توضيح کړل شي. د احصائيې اړيکې له ټولنې سره: د بشر نننۍ ژوند د ورځې په تېرېدو سره هغو مفاهيمو ته اړتيا پيدا کوي چې، په احصائيوي تحليل شوو معلوماتو استوار دي او د علومو په بېلابېلو څانگو کې په کار اچول کېږي. په اقتصاد او پلان جوړونه کې د احصائيې د استفادې موارد او د هغه اهميت زيات دی. څرنگه چې موږ وويل د احصائيې تاريخي لرغونتوب ډېرو تېرو زمانو ته رسېږي، چې له احصائيې څخه انکشاف او د استفادې مواردو هم بېلابېل پړاوونه وهلي او تر اوسه هم په وده کې ده.

د احصائيې تاريخچه: احصائيې د علومو له اختصاصي څانگو څخه د يوې څانگې په توگه انکشاف او پراخوالی پيدا کړی او اوږده سابقه لري.

د لومړي څپرکي پوښتنې:

- ۱- په پښتو او انگليسي کې د احصائيې لغوي معنا څه ده؟
- ۲- د هغو مفاهيمو نوم واخلئ چې د Status له کلمې څخه اخيستل شوي؟
- ۳- احصائيې په علمي او پراخ مفهوم سره تعريف کړئ؟
- ۴- د احصائيې اهميت په ټولو مالي مسايلو کې په عمومي توگه او د پلان جوړونې په اړه په لنډ ډول وليکئ؟
- ۵- د احصائيې د علمي تاريخچې په اړه لنډ توضيحات ورکړئ؟
- ۶- د احصائيې تاريخچه د کابل پوهنتون په اقتصاد پوهنځي کې وليکئ؟
- ۷- له احصائيې څخه په استفادې د احصائيې جوړونې دندې تشرېح کړئ؟
- ۸- په لرغونو ټولنو کې له احصائيې څخه دکومو مقصدونو لپاره کار اخيستل کېده؟
- ۹- د هغو مهمو علماوو او پوهانو نومونه واخلئ چې، د احصائيې د علم په انکشاف کې يې ښکاره ونډه درلوده؟

دويم څپرکی

د احصائيوي څېړنو پړاوونه

ټوليزه موخه:

د احصائيوي عمليو او څېړنو د پړاوونو پر مفاهيمو پوهېدل

د زده کړې موخې: په دې څپرکې کې زده کوونکي بايد له لاندې موضوعاتو سره آشنايي پيدا کړي:

- ۱- د احصائيوي عمليو او څېړنو د پړاوونو زده کول.
 - ۲- د شمېرو څرگندول د احصائيوي بڼو (شکلونو) په وسيله سره.
 - ۳- د احصائيوي جدولونو توضيح او ترتيب کول.
 - ۴- د احصائيوي گرافونو د مفهوم توضيح او انځور کول.
 - ۵- د خطي او غير خطي گرافونو ترتيبول.
- څرنگه چې په مخکني څپرکي کې وويل شول احصائيه له علمي لارو او روشونو سره سر او کار لري چې، د هغو په اساس شمېرې او معلومات راټولې، ترتيب، لنډې، تحليل او څرگندېږي او نظر هغه ته نتيجه گيري او تصميم نيونه کيږي.
- د دې عمليو د ترسره کولو لپاره بايد لاندې پړاوونه ترسره شي:
- ۱- د موخې ټاکل يا تثبيت چې، څېړنه يا تحقيق په همدې منظور ترسره کيږي.
 - ۲- د تجربې طرحه يا ټاکل .
 - ۳- د شمېرو او معلوماتو راولونه.
 - ۴- د شمېرو او معلوماتو ترتيبول.
 - ۵- نتيجه گيري او تصميم.
- اوس په لنډه توگه د دې هر يوه په څرگندولو پيل کوو.

د موخې تثبیت یا ټاکل:

احصائیوي تحلیل په شمېرو او ارقامو پیل کېږي. څېړونکي باید له هرڅه نه د مخه څرګنده کړي چې، د اړتیا وړ شمېرو او معلوماتو د راټولونې په غرض کومه موضوع څېړي. نو په دې اساس هغه باید پوښتنه او ستونزه په دقیقه او څرګنده توګه طرحه او وټاکي چې، څه ډول شمېرې او معلومات د اړتیا وړ دي.

باید څرګنده کړو چې، د احصائیوي پایلو کیفیت او څرنګوالی چې لاس ته راځي د راټولو شوو شمېرو په مناسباتي او ثقه والي باندې متکي دي چې، په خپل وار سره د طرحې شوې ستونزې په سم تشخیص او طرحې پورې اړه لري.

په احصائیه کې د هغو شمېرو مجموعه چې د یوې طرحې شوې ستونزې په اړه کېدای شي راټولې شي د ټولګي (جماعت) په نامه یادېږي. د بېلګې په ډول که د یوه مملکت په قوای کار کې د بېکارۍ د فیصدي موندنه په یوه ټاکلي زمان کې طرحه شوې ستونزه وي، په دې صورت کې ټولګی (جماعت)، خپلې ټولې کتنې (مشاهدات) په هماغه مملکت او په هماغه زمان کې د ټولو بېکارو او یا په کار اخته کارګرانو په اړه رانغاړي.

باید یادونه وکړو چې یو احصائیوي ټولګی یا جماعت د یوې ځانګړې ستونزې په اړه د کتنو (مشاهداتو) مجموعه رانغاړي.

د تجربې طرح یا ټاکل:

که چېرې د پام وړ ستونزه په دقیقه توګه طرح شوه، څېړونکي باید تصمیم ونیسي چې اړوندو کتنو مجموعه ټوله یا د هغې یوه برخه مطالعه کړي. که چېرې ټول (جماعت) مطالعه کړي په «ټولیزشمار» سره او که چېرې تاسې د هغه یوه برخه ووينی، اړوند ګړنلاره د «نمونه گیري» په نوم یادېږي. ټولیز شمار عملاً زیات وخت او زیات لګښت غواړي او حتی د هغه تطبیق ځینې وخت د امکان وړ نه وي نو د هغه په ځای ناچاره باید د نمونه اخستنې له لارې مطالعه ترسره شي. په نمونه اخستنې کې هڅه کېږي ترڅو د نمونه یي شمېرو په اساس چې، له ټولګي (جماعت) څخه نمونه گیري شوې ده تصمیم ونیول شي، نو په دې اساس نښه یا سمپل باید له اړوند ټولګي (جماعت) څخه استازیتوب وکړي. د احصائیوي ځانګړې برخې داسې نښې یا نمونې اخیستل، احصائیوي تیوري جوړوي او داسې پوښتنې لکه نمونه اخستنه باید تر کومې اندازې لویه وي، څه ډول شمېرې باید راټولې شي، دا شمېرې څه ډول راټولې شي، چې دا ډول پوښتنې د احصائیه په هغې ځانګړې پورې اړوندېږي چې، د ((تجربې طرح)) یا د نښې د طرحې په نوم یادېږي، د نښې طرح باید په

بشپړ دقت سره ترسره شي، پرته له دې نه شو کولای مطلوبې نتیجه اخستې ته ورسېږو. د نمونې طرح کېدای شي په بېلابېلو بڼو تر سره شي لکه ناڅاپي یا تصادفي نمونه گیری او غیر ناڅاپي یا غیر تصادفي نمونه اخستنه، په خپل وار سره اتفاقي نمونه گیری په مختلفو بڼو اتفاقي ویشل کېږي. لکه ساده ناڅاپي یا اتفاقي نمونه گیری او مقیده ناڅاپي یا اتفاقي نمونه گیری طرح کېدای شي په بېلابېلو بڼو تر سره شي. لکه ناڅاپي (یا تصادفي) نمونه گیری ونه کېږي، یو اړخیزه، دوه اړخیزه او څو اړخیزه او مکرره نمونه گیری، همدارنګه غیر اتفاقي نمونه گیری د توپیر لرونکي یا تفاوتی نمونه گیری په بڼه په صحیح او ډاډ سره نیول کېږي چې هر یو د دغو نمونه گیری لارې د ځانګړو ښېګڼو یا مزایاوو او نیمګړتیاو لرونکې دي چې تر یوه حده پورې د کتنو یا مشاهداتو په ډول او د احصایوي سروې په موخې پورې اړه لري

د احصایوي شمېرو او معلوماتو راټولونه:

د احصایوي څېړنو درېیم پړاو له طرحې شوې تجربې سره سم د شمېرو او معلوماتو له راټولونې څخه عبارت دی. دا پړاو نظر بل هر یو احصایوي څېړنیز پړاو ته زیات وخت او زیات لګښت غواړي. او دا پړاو هغه وخت ښو پایلونه رسیږي چې، په دې اړه شخصي قضاوتونه دخپل نه وي. په عمومي توګه د معلوماتو ترلاسه کول او د شمېرو راټولونه په دوه بڼو تر سره کېږي.

مستقیم او غیر مستقیم:

په مستقیمه بڼه څېړونکی کولای شي شمېرې او معلومات د ملاقاتونو، مصاحبو، سروې (نموني یا بشپړه) او کتنو یا مشاهداتو له لارو راټولې کړي. په غیر مستقیمه بڼه څېړونکی کولای شي معلومات د مکتوب، پوښتنپاڼو (استعلام)، فورمو، د نشراتو د سرچینو له اخلیکونو څخه په استفادې او داسې نورو په مرسته لاسته راوړي. باید څرګنده کړو چې د شمېرو او معلوماتو په راټولونه کې به ښه دا وي تر څو وخت سموالی او اقتصاد په نظر کې ونیول شي.

د احصایوي شمېرو سمبالول:

د موخې له سمبالولو، تثبیت یا ټاکلو څخه وروسته، د تجربې یا نمونې طرح او د شمېرو راټولونه باید سمبال، لنډه او تصنیف شي. که چېرې راټولې شوې شمېرې اوږدې وي باید هغوی د سمبالولو په غرض لنډې کړای شي. د بېلګې په ډول سمې یا صحیحې شمېرې د

۱۰۰،۱۰۰،۱۰۰ او داسې نور په واحدونو لنډې (خلاصه) شي، يا اوږدو اعشاري خانو ته دې له امكاناتو سره سم ډېرو نږدې لومړۍ، دويمې او دريمې خانو ته تقرب وركړل شي. له لنډيز وروسته شمېرې بايد واضحې او د لوستلو وړ وليكل شي او د آسانولو، ښه لوستلو او تحليل په غرض سمبال شي. د شمېرو سمبالول او تصنيف په بېلابېلو لارو تر سره كېدای شي.

كه چېرې شمېرې د كميت او اندازې په نظر سمبال او تصنيف شي كومه لړۍ يا سلسله چې په لاس راځي (د پېښې د بيا وېشنې) يا د فريكونسي وېشنې په نوم ياديږي، چې په درېم څپرکي بد كې تشرېح شوي.

همدارنگه كه شمېرې د زمان يا مهال له مخې سمبال شي، اړوندې لړۍ يا سلسلې به سربېره پر جغرافيايي، محيطي، كيفيتي، جنسي او د ټولو خصوصياتو د موقعيت او شرايطو له مخې يوه زماني لړۍ يا سلسله لنډه او څرگنده وي.

د شمېرو څرگندول كېدای شي د احصائيوي بېلابېلو بڼو (شكلونو) لكه جدولونو، گرافونو او زياترو هندسي بڼو په مرسته ترسره شي. د څېړنو په څلورم پړاو كې ځينې وخت د تشرېحي يا توصيفي احصائيې په نوم هم ياديږي.

نتيجه گيري او تصميم:

كه چېرې د ټول ټولگي (جماعت) نمونه يا تجربه راوڅارې، يعنې احصائيوي څېړنه په يوه سروې كې د گلي شمار په بڼه وي، د نظر وړ سروې د وروستۍ پړاو تشرېحي احصائيه يعنې څلورم پړاو، چې پورته يې يادونه وشوه جوړوي. په بل عبارت په څلورم پړاو كې د ټولگي (جماعت) خصوصيات او مشخصات توضيح او تشرېح شوي او نظر هغه ته د طرح شوې ستونزې په اړه تصميم نيول كيږي. په خلاف د دې كه چېرې سروې نمونوي وي او يواځې له مجموعې څخه يوه برخه غوره كړي، په دې حالت كې تشرېحي احصائيه د څېړنې وروستۍ پړاو نه دی، بلكې د زياتو مطالعاتو او احصائيوي عمليو غوښتنه كوي. ځكه د يوه ټولگي (جماعت) د نمونې له مطالعې او تحليل څخه موخه د هماغه ټولگي (جماعت) په اړه نتيجه گيري او تصميم نيونه ده. نو ځكه د نمونوي سروې گانو په صورت كې د څېړنې او احصائيوي عمليو وروستۍ پړاو د شمېرو د نمونو په نظر له نتيجه گيرۍ څخه عبارت دی.

د احصائيوي بڼو (شكلونو) په مرسته د شمېرو څرگندول:

احصائيوي شمېرې او معلومات له راټولونې، سمبالونې، يووالي (توحيد) او تصنيف څخه وروسته بايد څرگندې شي، د شمېرو څرگندېدل په عمومي توگه په دوو لارو ترسره كيږي. په شفاهي يا لفظي ډول او د احصائيوي بڼو په وسيله په ليكلي بڼه.

احصائيوي بڼې (شکلونه) ډېرې دي خو په عمومي توګه په دوه ډلو وېشل کېږي:
احصائيوي جدولونه او احصائيوي ګرافونه:

احصائيوي جدولونه او د شمېرو جدول بندي:

جدول بندي د پرتلنې او تحليل په غرض د شمېرو او معلوماتو د سيستماتيک او منظمو سمبالولو څخه عبارت دی. که څه هم احصائيوي جدولونه د موخې او ستونزې د ليکل شوو شمېرو په نظر زيات دي اما په عمومي توګه په دوه ډوله وېشل کېږي، عمومي جدولونه او خصوصي جدولونه.

په عمومي جدولونو کې لومړنۍ شمېرې يا اصلي شمېرې سمبال او ليکل شوي او د عمومي مقصدونو لپاره په کار اچول کېږي، په داسې حال کې، چې د شمېرو او معلوماتو خصوصي جدولونه، سمبال او خلاصه شوې د مشخصو مقصدونو لپاره د استفادې وړ ګرځي. د يوه احصائيوي جدول په سمبالولو او جوړولو کې بايد لاندې ټکي په پام کې ونیول شي. **عنوان:** هر احصائيوي جدول بايد د يوه عنوان يا سرليک لرونکی وي، د جدول سرليک بايد په ښکاره او لنډ ډول او د هغه په پورتنۍ برخه کې وليکل شي او بايد درې شيان څرګند کړي:

الف- په جدول کې د ليکل شوو شمېرو محتوی او د بحث وړ موضوع.

ب- هغه ځای چې شمېرې رانغاړي.

ج- هغه وخت يا مهال چې د هغې په وسيله ليکل شوې شمېرې رانغاړل شوي دي.

د سرچينې يا اخځليک: که چېرې لومړنۍ يا اصلي شمېرې د لومړي ځل لپاره د څېړونکي په مرسته راټولې شوې وي کېدای شي پرته د اخځليک يا سرچينې له يادولو څخه په يوه جدول کې وليکل شي، که چېرې ليکل شوې شمېرې لومړنۍ شمېرې نه وي بايد د هغوی سرچينې او مأخذونه د جدول په ښکته برخه کې او له لمن ليک څخه مخکې وليکل شي.

يادښت يا لمن ليک: که چېرې په يوه جدول کې ليکل شوې شمېرې زياتې تشرېح او توضيح ته د يادښتونو او لمن ليکونو په بڼه اړتيا پيدا کړي، دا يادښتونه بايد په وضاحت سره د جدول په ښکته برخه کې خو له اخځليک او سرچينې څخه وروسته ځای پر ځای شي. د جدول خانې (ستون) او قطارونه: هر احصائيوي جدول خانې (ستونونه) او قطارونه لري چې، د هغوی اندازه په هماغه جدول کې د ليکل شوې موضوع په څرنگوالي، د شمېرو او معلوماتو په اندازې پورې مربوطيږي. د جدول خانې او قطارونه بايد د زيات وضاحت لپاره د فرعي سرليکونو لرونکی وي. که چېرې د خانو او قطارونو شمېر زيات وي ښه به وي، د آسانۍ د څرګندولو او پرتلنې لپاره تصنيف او نمره بندي شي. څرنگه چې په ۱-۲ جدول کې

ليدل کيږي څلور خانې دي چې، دويمه خانه په وار سره په پنځو نورو فرعي خانو باندې وېشل کيږي سربيره پر دې دا جدول شپږ قطاره و نه لري.

د کچې (مقياس) واحد: په جدول کې بايد د مقياس واحد يا واحدونه په څرگنده توگه د جدول تر اصلي عنوان لاندې او يا د هرې خانې تر فرعي عنوانونو لاندې وليکل شي. د بېلگې په ډول څرنگه چې د ۱-۲ جدول ټولې ليکل شوې شمېرې په فيصدي سره سنجول شوي دي په دې حالت کې يواځې د مقياس يو واحد (فيصدي) شتون درلود او د جدول تر اصلي عنوان لاندې څرگند شوي دي. په جدول کې بايد د امکان تر حده هڅه وشي ترڅو گډ واحد په کار واچول شي، د بېلگې په ډول که لومړنۍ شمېرې په کيلو گرام، ټن، من، پاو او داسې نورو چې، ټول د وزن مقياس دي، راټولې شوې وي ښه به وي دا ټول په يوه گډ مروج مقياس باندې لکه کيلو گرام تبديل او په جدول کې څرگندې شي.

په جدول کې د شمېرو ترتيب: په يوه جدول کې ليکل شوې شمېرې بايد په وضاحت او پوره دقت سره خلاصه، ترتيب، توحيد او په اړوند جدول کې وليکل شي. ترڅو د پرتلنې او تحليل لوستل آسانه کړي او اړوندې شمېرې کولای شو د لاندنيو ښو څخه د يوې ښې په توگه ترتيب او ډلبندي کړو.

- د الفبا د تورو له اړخه (مثلاً الف - ب - ج - د - او داسې نور)
- د زمان يا مهال له نظر ه (لکه ورځ، مياشت، کال او داسې نور)
- د اداري واحدونو او جغرافيايي موقعيت په نظر (لکه ولسوالۍ، ولايت، هيواد، شمال، سوېل (جنوب) او داسې نور.

- د دموگرافيکي خصوصياتو له نظر ه (لکه نظر سن، جنس، مورنۍ ژبې او داسې نور).
- د فزيکي، بيالوژيکي، تخنيکي او داسې نورو خصوصياتو له نظره.
- د بل تعامل يا مشخصاتو او خصوصياتو له نظره.

په ۱-۲ جدول کې د خانو (ستونو) ترتيب د پرمختللو هيوادونو د خصوصياتو او د هغوی د جغرافيايي موقعيت په نظر تر سره شوي څرنگه چې د جدول قطارونه د زمان يا مهال يعنې د ۱۹۶۰-۱۹۸۱ کلونو په نظر سمبال شوي دي.

غونډ (مجموع): په عمومي توگه د يوه جدول خانې او قطارونه د هغه جدول د ليکل شوو شمېرو د مجموعې لرونکي دي، البته د خانو او قطارونو د شمېرو په مجموع کولو کې د گډ مقياس واحدونه شرط دي. ځکه نشو کولای د مقياس توپير لرونکي او بېلابېل واحدونه غونډ (مجموعه) کړو. د دې شرط د شتون په صورت کې د يوه جدول د قطارونو او خانو (ستونونو) مجموع معمولاً د هغه د مخالف لوري په آخر کې ښودل کيږي.

په ۲-۱ جدول کې د خانو او قطارونو د مجموعې اخیستل کوم مفهوم نه لري نو ځکه نه ده ښودل شوې. باید زیاته کړو که چېرې د جدول شمېر زیات وي هر جدول باید د تړاو او موضوع له پلوه نمره بندي شي، د جدول هره برخه په خاصه توګه د جدول د آخري خانو او قطارونو فرعي سرلیکونه (عنوانونه) یعنې د مجموعې قطار باید په څرګند ډول خط کشي شي.

بېلګه: لاندې جدول په پام کې نیسو.

د هیواد د منسوجاتو د تولیداتو اندازه په ۱۳۸۰-۱۳۸۲ کلونو کې (ارقام په ملیون متر)

د جنس ډول کال	نخي منسوجات	سندي منسوجات	پشمي يا وړين منسوجات
1389	26.5	10.8	0.2448
1381	31.9	6.8	0.2769
1382	37.8	6.8	0.2866

۲-۱ جدول د پرمختللو هیوادونو د داخلي مجموعي محصولاتو د ودې روش په ۱۹۶۰-۱۹۷۹ کلونو کې او په کلنۍ فیصدي باندې د ۱۹۸۰-۱۹۸۱ کلونو وړاندوینه.

کال	د پرمختګ په حال کې هيوادونه					
	په عمومي توګه	افريقا	لاتينه امريکا	دآسيا سوهيل اولويديج	د آسيا ختيځ	د پرمختګ په حال کې صنعي هيوادونه دنفو له صادراتو پرته
196-1970	0.5	4.6	5.5	4.7	8.7	5.2
1970-1980	6.2	5.3	5.9	5.4	9.0	5.4
1978	5.2	4.8	4.6	6.8	3.2	5.3
1979	5.3	5.3	6.3	4.8	3.0	5.2
1980	5.9	6.1	5.8	5.3	7.0	5.7
1981	6.0	6.3	5.6	6.1	7.0	5.4

سرچینه: د سکرتریت UNCTA خانګې دې د ملي او نړيوالو رسمي شمېرو او سرچينو په اساس وليدل شي.

احصائيوي گرافونه: گرافونه د دوو يا زياتو متحولو تر منځ د اړيکو له جوليږ (شکلي) څرګندولو څخه عبارت دی. د گرافونو ډولونه او بڼې ډېرې زياتې دي چې د متحول په ډول او شمېر، د شمېرو په څرنگوالي او د ستونزو په ډول پورې اړوندېږي چې، په بېلابېلو بڼو نظر موخو ته په خاصه توګه انځور څرګندېږي. په دې ځای کې خو ډوله ساده گرافونه او معمولي گرافونه او چارتونه په وروستي څپرکي کې توضېح کېږي.

خطي گرافونه: په دې ډول گرافونو کې څرنگه چې د هغوی له نوم څخه څرګندېږي د متحولو تر منځ خطي اړيکې دي. د شمېرو بدلونونه او تحولات د مستقيمو کرښو په مرسته ښودل کېږي. د بېلګې په ډول که چېرې اړيکې د تابع متحول y او خپلواک متحول (تابع کوونکی) X خطي وي دا ډول اړيکې معمولاً د مستقيمې کرښې د يوې معادلې په وسيله په لاندې بڼه څرګندېږي:

$$Y=a+bx$$

په دې ځای کې a, b ثابت دي، لومړنی يې د عمودي قاطع په نوم او دويم يې x ضريب په نوم ياديږي.

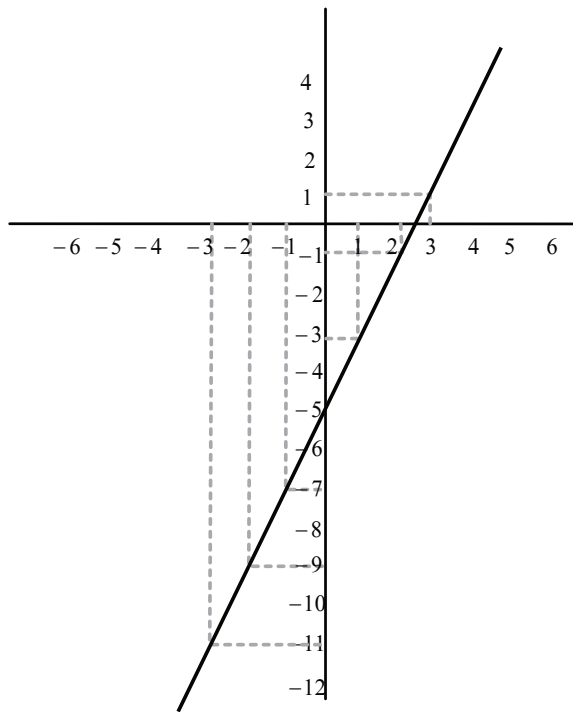
۱ بېلګه- د $y=-5+2x$ معادلې گراف انځور کړئ.

د دې معادلې گراف څرنگه چې په بڼه کې ښودل شوی دی کولای شو په دوه لارو انځور کړو.

لومړۍ: د x د توپير لرونکو ارزښتونو په وضع کولو سره د y ارزښتونه پيدا کوو. دا ارزښتونه د x او y د وضعيه کمياتو په محورونو کې په ليک ښو (نقطه گذاري) په ښه کوو.

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
Y	-11	-9	-7	-5	-3	-1	1

څرنگه چې د x او y د ذکر شوو ارزښتونو له هرې جوړې څخه د (x,y) يو ټکی جوړېږي. د دې ټکو د موقعيت په ټاکلو سره د هغوی په گراف او ښلولو (اتصال) کې مطلوب مستقيم خط انځور کېږي.



دا معادله ځينې وخت د $y=ax+b$ په بڼه څرگنديږي، چې البته د مفهوم له پلوه له $1-2$ معادلې سره بې تفاوته ده.

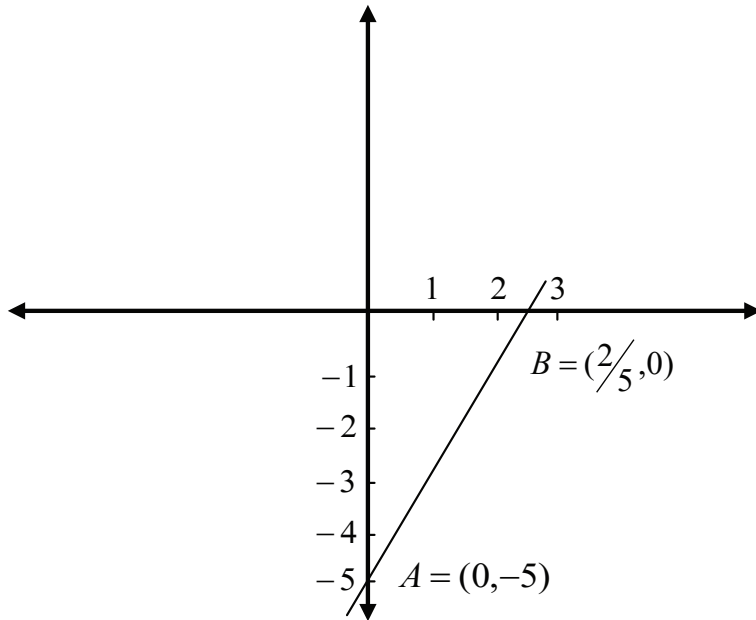
دويم: څرنگه چې ورکړل شوې معادله د مستقيمي کرښې يوه معادله ده او د اړوند مستقيم خط د انځورولو لپاره بسنه کوي ترڅو دوه ټکي چې په هغوی کې د x, y په محورونو پورې اړوند مستقيم خط قطع کوي، وټاکو. يعنې که په يادې شوې معادله کې $x=0$ وضع شي $y=-5$ ده او په لنډه توگه که $y=0$ وي $x=\frac{5}{2}$ کېږي.

دا دوه ټکي $(-5, 0)$ او $(\frac{5}{2}, 0)$ چې په گراف کې په ترتيب سره د A او B په تورو ښودل شوې دي. د دغو دوو ټکو له نښلېدو څخه او د هغه امتداد ادوو خواوو ته مطلوبه مستقيمه کرښه انځوروي.

که څه هم دواړه يادې شوې طريقې يوې نتيجه ته رسېږي خو دويمه طريقه آسانه ده لږ وخت او لږه عمليه غواړي. بايد زياته کړو چې، په پورتنی مثال کې د x او y تر منځ

اړیکه یوه مستقیمه خطي اړیکه ده ځکه مستقیمه کرښه په صعودي (لوړېدونکې) پورې اړونده ده. د x ارزښت له زیاتېدو سره د y تابع هم لوړ ارزښتونه اختیاروي. په بل عبارت څرنگه چې د x ضریب اشاره یعنې b مثبت دی. x او y له یو بل سره یوه مستقیمه خطي اړیکه لري.

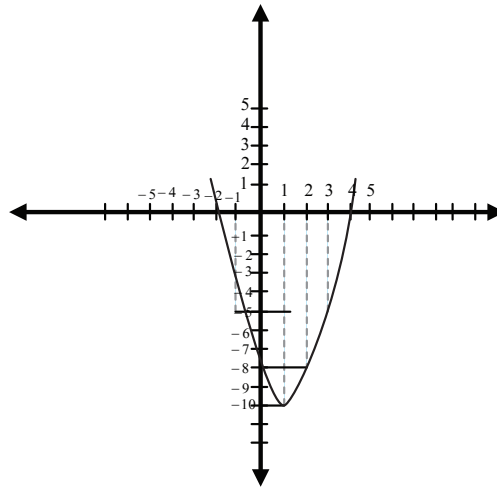
$$Y=2x-5$$



غیر خطي گرافونه: د احصائیوي معلوماتو د څرگندولو بله بڼه د غیرخطي گرافونو په بڼه ده. هغه معادلات چې په دې ډول گرافونو پورې مربوطیږي له دویمې درجې معادلې $y=ax^2+bx+c$ څخه عبارت دي. له دې ډول معادلاتو څخه حاصل شوي گرافونه په غیرخطي بڼه کې لاس ته راځي. دا ډول معادلات کولای شو د قیمت گذارۍ یا هم د هغه د معادل جذرونو د پیدا کولو له لارې پیدا کړو.

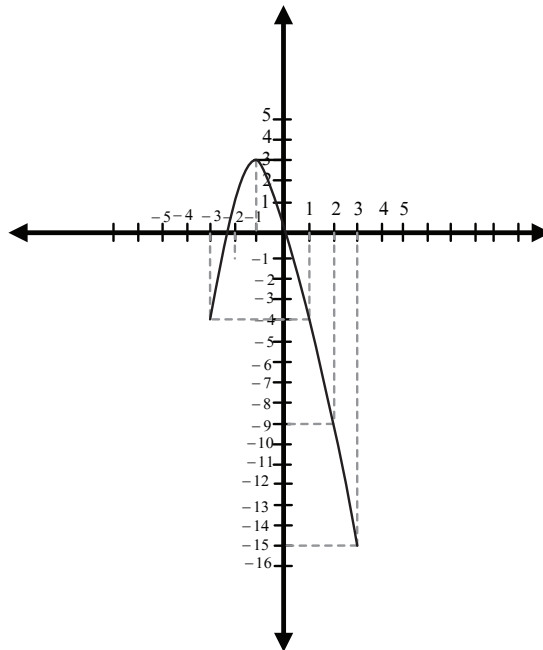
بېلگه: د لاندې معادلې گراف پیدا کړئ. $y=x^2-2x-8$

X	-2	-1	0	1	2	3	4
Y	0	-5	-8	-10	-8	-5	0



۲ بپلگه - د $y = -x^2 - 2x - 1$ تابع گراف انځور کړئ.

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
Y	4	-1	2	-1	-4	-9	-15



دریمه بېلگه: د $y = -8 - 2x + x^2$ معادلې څخه په دې ځای کې پوهیږو چې د y د محور منحنی د $y = -8$ په نقطه کې قطع کوي ځکه چې $x = 0$ او $y = -8$ کیږي خو د x د محور د منحنی د ټکو د تشخیص او تثبیت لپاره باید $y = 0$ وضع شي. په دې صورت کې به ولرو.

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

په دې ځای کې مجبور یو د دې معادلې جذرونه پیدا کړو. د معادلې جذرونه کولای شو په لاندې طریقو پیدا کړو.

که چېرې په یوه معادله کې د جذرونو تشخیص ساده وي، کولای شو معادله په دوو قوسونو تجزیه کړو داسې چې د دوو مطلوبه اعدادو حاصل د a د عمودي قاطع ارزښت سره مساوي او د هغه د جمع حاصل د b ارزښت سره مساوي شي. د پورتنۍ معادلې پر بنسټ کولای شو داسې ولیکو.

$$(x-4)(x+2)=0$$

چې په نتیجه کې $x_1 = -2$ او $x_2 = 4$ به وي.

که په نورو حالاتو کې تجزیه په قوسونو باندې ستونزمنه وي په عمومي توګه له لاندیني فورمول څخه استفاده کوو.

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

نظر فرمول ته هم د معادلې جذرونه عبارت دي له:

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 32}}{2} = \frac{2 \pm 6}{2}$$

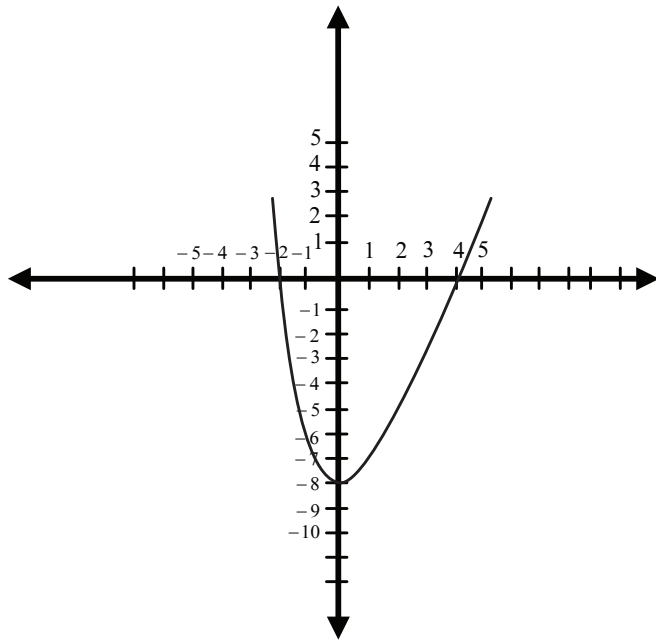
$$x_2^2 = 4 \quad x_1 = -2$$

د معادلې د جذرونو سربېره د x لپاره متفاوت ارزښتونه وضع کوو د y اړوند ارزښتونه پیدا کیږي.

X	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	10
Y	7	0	-5	-8	-9	-8	-5	0	72

اوس نظر پورته معلوماتو ته کولای شو د ورکړل شوې معادلې ګراف انځور کړو.

$$Y = -8 - 2x + x^2$$



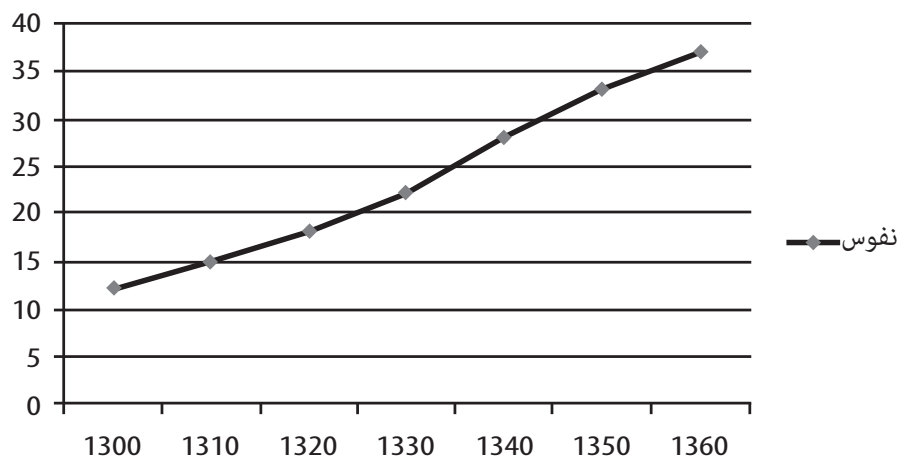
څرنگه چې لیدل کیږي مطلوبه منحنی د یوه پارابول په بڼه ده، په پیل کې لوېدونکې (نزولي) د $y = -9$ له اصغري ارزښتونو څخه وروسته د دویم ځل لپاره لوړیږي (صعود کوي). نوټ: که چېرې د x^2 ضریب منفي وي د پارابول خوله مخ ښکته خلاصیږي او که چېرې د x^2 ضریب مثبت وي د پارابول خوله مخ پورته خلاصیږي.

احصائیوي نور گرافونه: په احصائیوي گرافونو کې هم لکه الجبري توابع په عمومي توګه متحولې تابع په عمودي محور کې او خپلواک متحول یا تابع کوونکی په افقي محور کې ښودل کیږي.

بېلګه: د یوه هیواد نفوس په تېرو شپېتو کلونو کې په لاندې ډول ورکړل شوی.

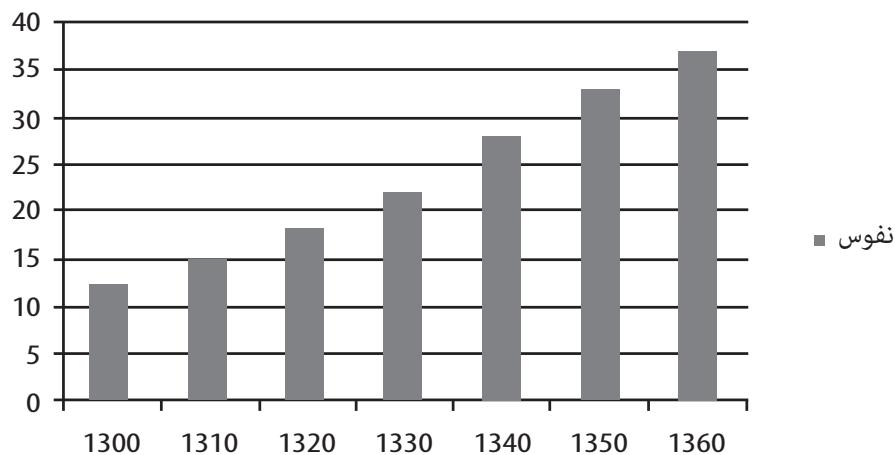
X	1300	1310	1320	1330	1340	1350	1360
Y	12	15	18	22	28	33	37

نفوس

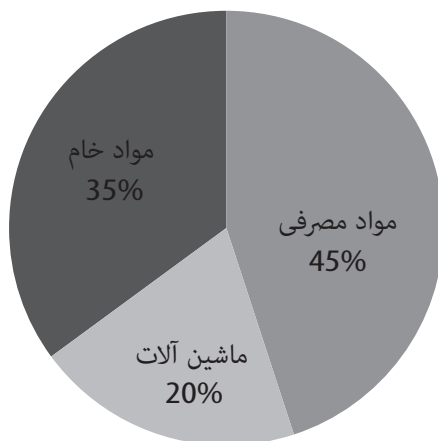


پورتنی معلومات کولای شو په بل گراف کې د عمودي مستقیمو کړنو په بڼه انځور کړو.

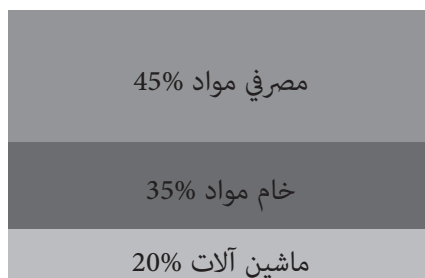
نفوس



بېلگه: فرض کړئ د یوه هیواد ۴۵ فیصده واردات مصرفي مواد، ۳۵ فیصده اومه مواد، ۲۰ فیصده نور ماشین آلات جوړوي دا معلومات کولای شو د یوې دایرې په مرسته څرگند کړو.



یا کولای شو پورتنی معلومات په یوه مستطیل یا مربع کې څرگند کړو.



د دویم څپرکي د مطالبو لنډيز

د احصائیوي څېړنو پړاوونه پنځه دي.

- ۱- د موخې ټاکل یا تثبیت.
- ۲- د تجربې طرح یا ټاکل.
- ۳- د شمېرو او معلوماتو راټولونه.
- ۴- د شمېرو ترتیبول.
- ۵- نتیجه احستنه او تصمیم نیونه.

د احصائیوي بنو په وسیله د شمېرو څرګندول په احصائیوي جدولونو او احصائیوي گرافونو کې شامل دي.

احصائیوي جدولونه د پرتلنې او تحلیل په غرض د اعدادو او معلوماتو له سیستماتیک او منظمو ترتیبولو څخه عبارت دي.

احصائیوي جدولونه په دوه ډوله دي: عمومي جدولونه او خصوصي جدولونه احصائیوي جدولونه څو ځانګړي ټکي لري:

عنوان یا سرلیک، اخځلیک او سرچینه، یادښت او لمن لیک، د جدول خانې (ستونونه) او قطارونه، د مقیاس واحد، په جدول کې د شمېرو ترتیب، ټولګه (مجموع).

احصائیوي گرافونه: د دوو یا زیاتو متحولو تر منځ د اړیکو له جویز (شکلي) څرګندولو څخه عبارت دي. بنې او شمېرې یې زیاتې دي، چې د هغوی له جملې څخه خطي او غیرخطي گرافونه معمول دي.

خطي گراف: معادله یې $y=ax+b$

غیر خطي گرافونه: معادله یې $y=ax^2+bx+c$

او پرته له دې کولای شو احصائیوي معلومات په هندسي بنو کې لکه دایره، مستطیل، مربع او داسې نورو کې هم وښیو.

د دویم څپرکي پوښتنې

- ۱- یو احصائیوي جدول څه ته وایي او باید څه ځانګړتیاوې ولري؟
- ۲- احصائیوي گرافونه څه دي او د هغوی نوم واخلي؟
- ۳- د خطي گراف معادله ولیکئ؟
- ۴- د $(0,4)$ او $(3,-5)$ او $(-2,-4)$ او $(3,-4)$ او $(0,0)$ او $(-5,10)$ ټکي په یو وضعیه کمیت کې نقطه گذاري کړئ؟
- ۵- د $y=2x-4$ د معادلې گراف انځور کړئ؟
- ۶- د $y=-2x^2-3x+1$ منحنی معادله انځور کړئ؟
- ۷- د یوه بانک ۲۵٪ غونډ (مجموعي) پورونه اوږد مهاله پورونه، د هغه ۱۵ فیصده منځ مهاله پورونه او د هغه ۶۰ فیصده نور لنډ مهاله پورونه جوړوي، دا معلومات د یوې دایرې او یوه مستطیل یا مربع په وسیله څرګند کړئ؟

درېم څپرکی

د پېښېدو (وقوع) بیا وېشنه او د فریکونسي وېشنه

ټوليزه موخه:

د فرېکونسي توضیح او تشریح او له هغه څخه د گټې اخیستلو پړاوونه:

د زده کړې موخې: د دې څپرکي په پای کې زده کوونکي له لاندې مفاهیمو سره آشنایي پیدا کوي.

- ۱- د فریکونسي د وېشنې مفهوم او تعریف
- ۲- د فریکونسي په وېشنه کې د لومړنیو شمېرو د راټولونې، یوالي (توحید) او انسجام
- ۳- د فریکونسي په وېشنه کې د شمېرو تصنیف
- ۴- د فریکونسي د جدول تخنیکي مفاهیم او اصطلاحات
- ۵- د فریکونسي د وېشنې گرافیکي څرگندونه په تحول، هستوگرام، بارچارت، بارگراف، پای گراف، د خط ماتې او تصویري گراف یا سمبولیک گراف په تحول
- ۶- د احصائیوي گرافونو گټې

مفهوم: د مسلکي احصائیوي تصمیمونو او نتیجه گیری په راټولو شوو شمېرو، ارقامو او طرحه شوو ستونزو باندې متکی دي. د راټولو شوو شمېرو ډول به په طرحه شوو ستونزو پورې اړوند وي، د شمېرو او معلوماتو په څرنگوالي پورې اړوند د شمېرو تشریحي مقیاسونه او معیارونه کولای شو په دوامداره توگه یا پرته له دې چې د مهال عامل په پام کې ونیسو په خپل وار سره راټول کړو. په راټولو شوو شمېرو سربېره امکان لري یو، دوه یا زیاتره متحوله

را ونغاړي. لکه اعداد د یو شمېر وګړو د قد، وزن یا عمر په اړه، د یوشمېر کارګرانو مزد یا اجوره یا د یوه ګروپ مامورینو معاش، په یوه مضمون کې د یوه ټولګي د محصلینو د آزمویښې نمرې او داسې نور، ټول اعداد یو متحوله دي. یا اعداد د وګړو په لګښت او عاید پورې اړوند، د محصلینو قد، وزن، د یوې پېرودل شوې متاع قیمت او اندازه، د یوه هیواد واردات او صادرات او داسې نورې بېلګې دوه متحوله اعداد دي.

په زیاتره مواردو کې د دوو یا زیاتو متحولو تر منځ اړیکې په احصائیه کې د بحث وړ ګرځي. د یو متحوله اعدادو ویشل او تشریح چې د زمان عامل په هغه کې د ښخول نه وي، د مقیاس او اندازه گیرۍ دوه ډوله ځانګړې نمرې مني. دا مقیاس د بحث وړ اعدادو له اوسط گیرۍ او انحراف یا پراګندګۍ څخه عبارت دی.

که چېرې اعداد څرنګه چې مخکې هم وویل شو د هغوی کمیت او اندازې ته په کتو ترتیب او توضیح شي دغه عملیه د پېښېدو (وقوع) بیا وېشنې یا د فریکونسي وېشنې په نوم یادېږي.

د فرېکونسي په وېشنه کې د لومړنیو اعدادو راټولونه، توحید او انسجام:

د شمېرو را ټولونه په مستقیمه یا غیرمستقیمه توګه معمولاً په اتفاقي یا په تیت ډول تر سره کېږي، لومړني اعداد له را ټولونې وروسته باید ترتیب، توحید او لنډې کړی شي تر څو د نتیجه گیرۍ او تحلیل څرګندوند آسانه کړي. د بېلګې په ډول یوه احصائیوي ستونزه داسې طرحه شوې تر څو په یوه ښار کې د کورنیو د کلني عاید د څرنگوالي په اړه په خاصه توګه څېړنه او تصمیم نیونه ترسره شي. په دې هکله یوه نمونوي سروې طرحه او تطبیق کېږي. نظر دې سروې ته د ۱۴۲ کورنیو د عایداتو په اړه معلومات د نمونې په ډول راټولېږي. فرض کړئ چې راټول شوي معلومات هغه اعداد دي چې، د هغه لومړنۍ ښه د ۱-۳ په جدول کې څرګنده شوې ده.

۳-۱ جدول په لومړي سر کې داسې کوم مفهوم نه شي افاده کولای، البته له یو څه دقت څخه وروسته کولای شو ډېر کوچنی او ډېر لوی عدد په دې جدول کې تشخیص کړو یا حتی د اعدادو اوسط د مجموع په اخستلو او د هغوی په اندازه باندې تقسیم کړو. له دې څخه زیات نه شو کولای له دغه جدول څخه ګټه واخلو.

1-3 جدول په 1385 کال کې 142 کورنیو وسطي عاید (زر افغانۍ)						
68000	68031	67785	67480	68047	67050	66029
66071	67092	67488	67800	68060	67046	68070
69500	69537	69482	69456	67471	67880	68997
66100	66144	67812	68089	67513	67120	68110
67819	67531	67136	67152	67200	67170	66952
67246	67750	67960	68990	68976	68927	68853
68820	68450	68302	68200	68150	66210	66290
67204	67177	67830	67540	67850	67548	68151
67168	67851	67177	69937	69202	69150	68950
67940	67752	67440	66930	66217	67740	66931
66341	66336	67217	67548	67850	68217	68291
67878	67550	67230	66400	68910	67920	67730
67412	66920	66402	67710	67922	67910	68870
68841	68800	66914	69836	69453	68778	67901
66867	67381	67680	66840	67320	67680	67877
66730	66827	66810	67320	67664	67860	68641
69609	69650	68333	67891	66532	67247	66600
67571	66709	67250	67584	67800	68398	69734
69242	68600	66802	69210	66700	69120	69200
68470	69172	66750	67281	67609	67830	67849
			67250	67291		

په پورتنی جدول کې له ورکړل شوو شمېرو څخه د ښې او زیاتې گټې اخیستلو لپاره باید هغوی په منظمه توګه ترتیب او لنډې کړو. د هغوی په افاده کولو پورې اړوند د اعدادو د خلاصه کولو یوه لار د ۱۰۰۰ په واحدونو باندې ده. د زیاتې آسانۍ لپاره په ۱۰۰۰ واحدونو باندې د اعدادو له ترتیب او خلاصه کولو څخه وروسته د اعدادو په اعشاري تحلیل او څرګندولو کې له درې خانو څخه یې دوو خانو ته اختصار پیدا کړي، څرنگه چې د اعشاري دریمه خانې ته د اعشاري دویمې خانې تقرب ورکړل شوی دی. که چېرې په دې تقرب کې د دریمې خانې شمېره له ۵ پنځوڅخه کوچنۍ وي له هغه څخه تیرېږو او که دا شمېره له ۵ پنځو څخه لوړه وي وروستۍ شمېره یعنې د اعشاري دویمه شمېرې ته د یوه په زیاتیدو

ارتقاء ورکول کيږي، د بېلگې په ډول:

د ۶۶،۰۲۹ شمېره په ۶۶،۰۳ او د ۶۹،۲۴۲ شمېره په ۶۹،۲۴ لنډې (مختصر) شوې دي.
 د ۳-۱ جدول اعداد له ترتیب او لنډیز وروسته په ۳-۲ جدول کې څرگند شوي دي.
 باید ووايو چې کولای شو اعداد په (صعودي) توگه ترتیب کړو، یعنې له کوچني عدد څخه پیل او په ترتیب سره په لوړ عدد سره یې پای ته ورسوو. یا برعکس کولای شو اعداد په ناقصه توگه ترتیب کړو، څرنکه چې لوړې شمېرې لومړی او په ترتیب سره، اعداد یو پر بل پسې لیکو تر څو کوچني عدد ته ورسېږو. ۳-۱۵ جدول اعداد البته له لنډیز څخه وروسته په یا صعودي ډول ترتیب او په ۳-۲ جدول کې ترتیب شوې دي.

3-2 جدول په 1385 کال کې د 142 کورنیو وسطي عاید (زر افغانۍ)						
66.03	66.91	67.32	67.71	67.90	68.30	69.15
66.07	66.92	67.38	67.73	67.91	68.33	69.15
66.00	66.93	37.41	67.74	67.92	68.40	69.20
66.14	66.95	67.44	67.75	67.92	68.45	69.20
66.21	67.05	67.47	67.75	67.94	68.47	69.21
66.29	67.09	67.47	67.78	67.96	68.60	69.24
66.34	67.12	67.48	67.79	68.00	68.64	69.45
66.37	67.13	67.49	67.80	68.03	68.73	69.46
66.40	67.15	67.51	67.80	68.05	68.78	69.48
66.42	67.17	67.53	67.81	68.05	68.80	69.50
66.53	67.18	67.54	67.82	68.06	68.82	69.54
66.60	67.20	67.55	67.83	68.07	68.84	69.61
66.71	67.20	67.55	67.83	68.01	68.85	69.65
66.75	67.22	67.55	67.85	68.11	68.87	69.73
66.78	67.23	67.58	67.85	68.15	68.91	69.84
66.80	67.25	67.61	67.85	68.15	68.93	69.94
66.81	67.25	67.65	67.86	68.17	68.95	
66.83	67.28	67.66	67.88	68.18	68.98	
66.84	67.29	67.68	67.88	68.20	68.99	
66.87	67.32	67.68	67.89	68.22	69.00	
				68.29	69.12	

د شمېرو تصنيف

که چېرې د شمېرو تعداد لږ وي يا د نمونې اندازه کوچنۍ وي، د شمېرو ترتيب د ۲-۳ جدول په بڼه او د هغه څرگندول به نسبتاً آسان او گټور وي، خو که چېرې د اعدادو شمېر ډېر زيات يا نمونه يې نسبتاً لويه وي، د شمېرو ترتيب د نوموړي جدول په څېر ستومانه کار دی او زيات وخت هم غواړي. سربېره پر دې له نسبتاً محدودې استفادې پرته نه شو کولای له هغه څخه نور کار واخلو.

نو ځکه لازمه ده چې شمېرې په خلص او لنډ ډول داسې ترتيب شي تر څو د هغه څرگندول آسانه شي او کېدای شي زيات او ژور تحليل تر سره شي تر څو د شمېرو پېچلې خصوصيت او اړيکې کشف او توضيح شي. د شمېرو د څرگندولو لنډيز او په عين حال کې ساده کول د هغوی د خاصيت او څرنگوالي له لاسه ورکولو پرته، د پېښېدو د بيا وېشنې (د فريکونسي د وېشنې) اساسي موضوع ده. يعنې شمېرې د صنفونو په بڼه چې، ځينې يې د (صنف، پور، گروپ او ډلې په نوم هم ياديږي) ترتيب شوي. د اړوندو کتنو (مشاهداتو) او واقعاتو د پېښې يا وقوع (فريکونسي) تکرار او زياتوالی په هر صنف کې تثبيت او وټاکل شي.

په هغه جدول کې چې شمېرې په دې بڼه ترتيب، تصنيف او څرگنديږي د بيا پېښې جدول (جدول تکرار وقوع) يا د (فريکونسي جدول) په نوم ياديږي.

په لومړنۍ بڼه د ټاکل شوو صنفونو په نظر د راټولو شوو شمېرو د وېشلو لپاره کولای شو د خط بندي له پاڼې (يا په عاميانه عبارت له چوب خط) يا د ثبت له فورمې څخه گټه واخلو. په دې پاڼه کې لکه ۳-۳ جدول د هر ټولگي په وړاندې هغه شمېرې چې په هغه پورې اړوندېږي خط کوو. په بل عبارت د هغو کورنيو شمېر چې، د هغو وسطي عايد په هر ټولگي کې شاملېږي، د هماغه ټولگي په وړاندې خط کوو، له دې خطونو څخه وروسته (دکورنيو تعداد) شمارو او د جدول په بله خانه کې يې په عدد څرگندوو. دا اعداد (د هر ټولگي په وړاندې د ثبت شوو خطونو شمېر) د ټولگي د بيا پېښېدلو (تکرار وقوع) يا فريکونسي څخه عبارت دی.

۳-۳ جدول په ۱۳۸۵ کال کې د ۱۴۲ کورنیو اړو د کلنۍ وسطي عاید خط بندۍ پاڼه

کورنیواړه اندازه	چوب خط	کلنۍ وسطي عاید (زر افغانۍ)
10		66.00-66.49
15		66.50-66.99
25		67.00-67.49
40		67.50-67.99
20		68.00-68.49
14		68.50-68.99
11		69.99-69.49
7		69.50-69.99
۱۴۲		

۳-۴ جدول په ۱۳۸۵ کال کې د ۱۴۲ کورنیو اړو دکلني وسطي عاید ثبت پاڼه

66.00	66.50	67.00	67.50	68.00	68.50	69.00	69.50
66.49	66.99	67.49	67.99	68.49	68.99	69.49	69.99
66.03	66.53	66.05	67.51	68.00	68.60	69.00	69.50
66.07	66.60	66.09	67.53	68.03	68.64	69.12	69.54
66.10	66.71	66.12	67.54	68.05	68.73	69.15	69.61
66.14	66.75	66.14	67.55	68.06	68.78	69.17	69.65
66.21	66.78	66.15	67.55	68.07	68.80	69.20	69.73
66.29	66.80	66.17	67.55	68.09	68.82	69.21	69.84
66.34	66.81	6..18	67.57	68.11	68.84	69.24	69.94
66.34	66.83	66.20	67.58	68.15	68.85	69.25	
66.37	66.84	66.20	67.61	68.15	68.87	69.46	(7)
66.40	66.87	66.22	67.65	68.17	68.91	69.48	
66.42	66.91	66.23	67.66	68.18	68.93		
	66.92	66.25	67.68	68.20	68.95	(11)	
(10)	66.93	66.25	67.71	68.22	68.98		
	66.93	66.28	67.73	68.29	68.99		
	66.95	66.29	67.74	68.30			
		66.32	67.75	68.33	(14)		
	(15)	66.38	67.75	68.40			
		66.41	67.78	68.45			
		66.44	67.79	68.47			
		66.47	67.80				
		66.47	67.80	(20)			
		66.48	67.81				
		66.48	67.82				
			67.83				
		(24)	67.83				
			67.85				
			67.85				
			67.85				
			67.85				
			67.86				
			67.86				
			67.89				
			67.90				
			67.91				
			67.92				
			67.92				
			67.94				
			67.96				
			(40)				

په ۳-۴ جدول کې د ثبت د فورمې د سمبالولو طریقه ښودل شوې ده. په دې عملیه کې ټولګي په افقي بڼه (د جدول د خانو د عنوان په څېر) د جدول په پورتنۍ برخه کې سمبال شوي دي او هغه شمېرې یا ارقام چې په هر ټولګي پورې اړوندېږي تر هماغه ټولګي لاندې ثبت شوي دي. وروسته د هر ټولګي د ارقامو تعداد شمېرل کېږي او د هغوی مجموع د هماغه ټولګي د اړوندو ارقامو په پای کې د دوو لېنډیو په منځ کې لیکل شوي دي، دا مجموعې د هر ټولګي فریکونسي جوړوي.

که څه هم د ثبت فورمې د خط بندۍ په پرتله زیات کار غواړي، خو د زیات کار په لرلو سره ښه والی هم لري.

الف- هغه ارقام چې سهواً ثبت شوي کېدای شي په آسانۍ سره اصلاح یا نورو اړوندو خانو ته ولېږدوي.

ب- که لومړني ټولګي د قناعت وړ نه وي کولای شو هغه په آسانۍ سره د دوهم ځل لپاره تصنیف کړو.

ج- هغه عدد چې د ټولګي په وسط کې ځای پرځای شوی، کولای شو په ښه توګه د هماغه ټولګي له اوسط سره پرتله کړو.

په یاد باید ولرو چې کولای شو د خط بندۍ پاڼه او د ثبت فورمه نظر لومړنیو شمېرو ته تشکیل کړو. او که شمېرې ترتیب شوې وي کار به په مراتبو سره آسان شي.

د ۳-۳ جدول د خط بندۍ د پاڼې پایلې او یا د ۳-۴ جدول د ثبت فورمې اوس کولای شو د فریکونسي په یوه جدول کې لکه د ۳-۵ جدول څرګند کړو.

۳-۵ جدول په ۱۳۸۵ کال کې د ۱۴۲ کورنیو ارو دکلني وسطي عاید فریکونسي جدول

دکورنیو ارو اندازه (فریکونسي)	کلنی وسطي عاید (زر افغانۍ)
10	66.00-66.49
15	66.50-66.99
25	67.00-67.49
40	67.50-67.99
20	68.00-68.49
14	68.50-68.99
11	69.00-69.49
7	69.50-69.99
142	

د فريکونسي جدول تخنیکي اصطلاحات او مفاهيم:

ځينې تخنیکي اصطلاحات او مفاهيم د فريکونسي د جدول په اړه شته چې لري دا مفاهيم په لاندې توگه توضیح کيږي.

- **ټولگی:** په احصائيه کې د دوو عددو په وسيله هر ټاکل شوی واټن لکه 66.00 66.49 - يا 69.99-69.50 د ټولگي، صنف، پور يا گروپ په نامه ياديږي.
- **د ټولگي حدود:** هغه دوه عدده چې يو ټولگی رانغاړي د هماغه ټولگي حدود نومول کيږي. د ټولگي کوچنی عدد د ښکتنی حد په نوم او لوی عدد د هماغه ټولگي د پورتنی حد په نوم ياديږي. لکه:
- په ټولگي کې 66.00-66.49 چې له 66.00 تر 66.49 لوستل کيږي ښکتنی حد يې 66.00 او پورتنی حد يې 66.49 ده.
- **د ټولگي سرحد:** د بحث وړ ټولگي د ښکتنی حد اوسط او د مخکيني ټولگي پورتنی حد د ښکتنی سرحد په نوم او همدارنگه د دې ټولگي د پورتنی حد اوسط او د وروستني ټولگي ښکتنی حد د اړوند ټولگي د پورتنی سرحد په نوم ياديږي. د بېلگې په ډول د 67.00-67.49 په ټولگي کې لرو چې:

$$\text{ښکتنی سرحد} = \frac{67.00 + 66.99}{2} = 66.995$$

$$\text{پورتنی سرحد} = \frac{67.49 + 67.50}{2} = 67.4955$$

- **د ټولگيو واټن:** د يوه ټولگي واټن د هماغه ټولگي د ښکتنی حد او د مخکيني ټولگي د پورتنی حد له توپير څخه عبارت دی. د بېلگې په ډول په دوو مخکيني ټولگيو کې د ټولگي واټن له 0.50 يا 500 افغانۍ څخه عبارت دی. يعنې: په ټولگي کې 66.00-66.49 او 66.50-66.99 په نظر کې نيسو.
- $0.5 = 66.50 - 66.00$ او يا $-0.5 = 66.00 - 66.50$ = د ټولگي واټن
- کولای شو د ټولگيو واټن د اوسطونو تر منځ نظر توپير ته هم سنجش کړو.
- **د ټولگي پراخ والی:** د ټولگي پراخوالی د هماغه ټولگي د پورتنی سرحد او ښکتنی سرحد

ترمنځ له توپیر څخه عبارت دی. د بېلگې په ډول په 67.00-67.49 لرو چې:

$$0.5=67.995-67.495$$

په دې بېلگو کې د ټولگیو واټن او پراخوالی په تصادفي توګه له یو بل سره مساوي دي خو دا حالت شاید په ټولو مواردو کې صدق ونه کړي.

- **د ټولګي فریکونسي:** د یوه ټولګي فریکونسي د هغو پېښو یا واقعاتو او کتنو یا مشاهداتو له تعداد (تکرار) څخه عبارت دی چې، په هماغه ټولګي پورې اړوندېږي. لکه په ۳-۵ جدول کې د ټولګي فریکونسي 68.00-68.49 له 20 کورنیو وګړو څخه عبارت ده. یعنې د 142 سروې شوو کورنیو وګړو لــه جملې څخه د هغو 20 کورنیو وګړو کلنی عاید 68.00-68.49 زره افغانۍ دی.

- **د ټولګي منځ:** د یوه ټولګي وسط یا منځنی ټکی یا نقطه د هماغه ټولګي د حدودو له اوسط څخه عبارت دی. د بېلگې په ډول د ټولګي اوسط یا وسط 67.00-67.49 له 67.245 څخه عبارت دی یعنې:

$$\text{د ټولګي وسط} = \frac{67.00 + 67.49}{2} = 67.245$$

د فریکونسي د وېشنې گرافیکي څرګندونه: د فریکونسي وېشنه کولای شو، د گرافونو په مرسته هم څرګنده کړو. د احصائیوي اعدادو او معلوماتو گرافیکي څرګندونه څرنګه چې په مخکنی څپرکي کې مطالعه شوه په بېلابېلو بڼو او ډولونو ترسره کېږي. د فریکونسي د وېشنې د څرګندولو معمولي بڼه د بارچارت، هستوگرام یا ستوني گراف په مرسته وي. بارگراف، پای گراف، خط ماتی گراف، د هغوی تصویري یا سمبولیک گراف وي. په دې ځای کې په لنډه توګه ئې احصائیوي بڼې او د څرګندولو او انځورولو کړه وړه توضیح کېږي.

۱- **هستوگرام:** دیوه احصائیوي گراف یو هستوگرام یا د فریکونسي هستوگرام له یو شمېر مستطیلونو څخه جوړ شوی دی څرنګه چې:

a. مستطیلونه په عمودي توګه د (x) پر افقي محور باندې په دې ډول ځای پرځای شوي دي چې، د هغوی عرض د ټولگیو د واټن له اندازې سره مساوي او وسط بُد ټولگیو په وسطي ټکي باندې وي.

b. د مستطیلونو ساحه یا مساحت د اړوندو ټولگیو له فریکونسيو سره متناسبه دي، دا

حالت البته هغه وخت صدق کوي چې، د ټولگيو واټن گډ (مشترک) وي پرته له دې بايد د مستطيلونو لوړوالی (ارتفاع) برابر کړی شي.

c. د مستطيلونو شمېر د ټولگيو له شمېر سره سم د يوې فريکونسي په وېشنه کې وي.

د يوه هيستوگرام په انځور کې بايد لاندې ټکي په پام کې ونيول شي.

الف- د فريکونسي د وېشنې هيستوگرام ۵-۳ جدول په ۱-۳ شغل يا کار کې څرگند شوي دي.

د فريکونسي په دې بڼه کې ټولگي په افقي محور (x محور) کې وضع شوي دي او د

y د محور مقياس بندي بايد له صفر څخه پيل او له قطع کېدو پرته دوام پيدا کړي.

ب- په افقي محور کې بايد يو واټن د بشپړو ټولگيو د نيم يا يوه واټن په اندازه د مستطيل په خوا کې کېښودل شي.

ج- د x افقي محور بايد داسې مقياس بندي شي چې، وکړی شي د اړوندو ټولگيو د مستطيلونو

پايې په وضاحت سره وښيي، د دې محور مقياس بندي معمولاً د ټولگيو د حدودو پر

اساس ترسره کېږي، که شمېرې اوږدې (متماذي) وي د يوه ټولگي پورتنی حد د وروستني

ټولگي له ښکتنې حد سره برابرېږي. په دې صورت کې د گراف مستطيلونه له يو بل

سره نښتي وي. که چېرې شمېرې اوږدې نه وي يعنې غير متماذي وي ښه به وي چې

د ټولگيو ښکتنی حد د x په محور کې وښودل شي. په ځينو حالاتو کې يواځې د ټولگيو

وسطي ټکی د افقي محور پر مخ څرگندېږي. (۲-۳) بڼه

د- څرنگه چې پورته اشاره وشوه د x محور بايد د ټولگيو د واټن د گډ والي په صورت کې

په مساوي حد ووېشل شي. که چېرې د ټولگيو واټن له يو بل سره توپير ولري د محور

مقياس بندي بايد له هغوی سره سمه ترسره شي د بېلگې په ډول که د ټولگيو واټن توپير

ولري بايد دا توپير د افقي محور پر مخ په وضاحت سره وښودل شي. که واټن 5 او د

بل يې 15,5 وي په دې صورت کې د دويم ټولگي واټن د x د محور پرمخ بايد د لومړني

ټولگي د واټن څو برابره وي. په دې حالاتو کې د اصلي فريکونسيو پر ځای د فريکونسيو

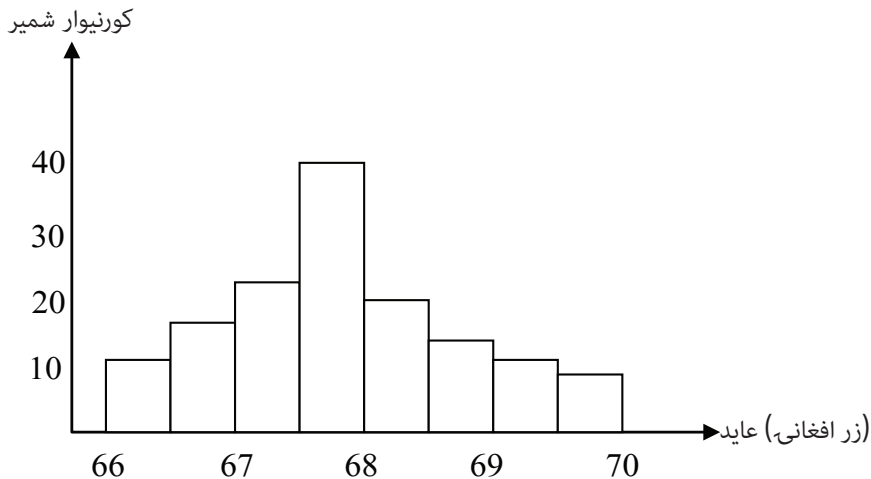
زياتوالي يا کثرت څرگندېږي.

ه- په هيستوگرام کې معمولاً د مستطيلونو اوږدوالی د هغوی له عرض څخه زيات وي.

خو په ځينو مواردو کې د هغه بالعکس امکان لري يعنې په هغو حالاتو کې چې، د يوه

ټولگي واټن (د وضع شوو واحدونو په اساس) د هماغه ټولگي له اړوندې فريکونسي

څخه لوی وي. اړوند مستطيل د هغه له اوږدوالي څخه د زيات عرض لرونکی وي.

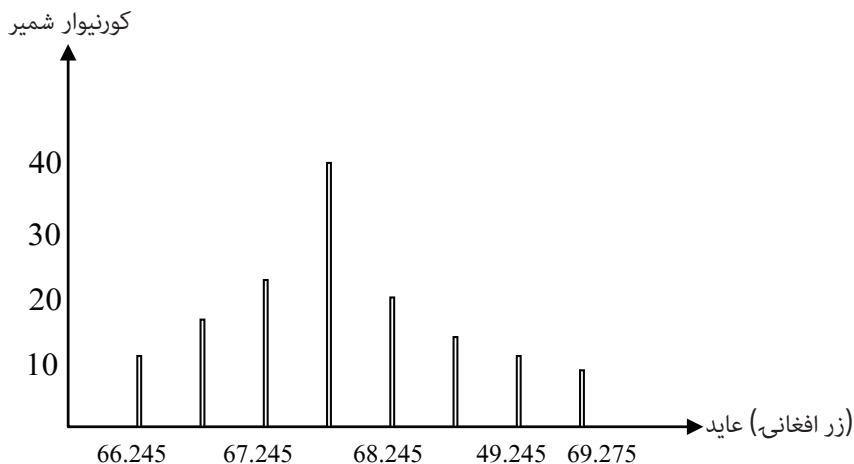


(۳-۱) بڼه په ۱۳۸۵ کال کې د ۱۴۲ کورنيو کلنۍ اوسط عايد په هيستوگرام

د يادونې وړ ده چې په ۳-۱ بڼه کې د هر مستطيل ساحه د ۳-۵ په جدول کې د هر ټولګي د فريکونسي له تعداد سره مساوي وي. همدارنګه د پورتنۍ بڼې مجموعي ساحه د فريکونسيو له مجموعې سره مساوي وي. په عمومي توګه د يوه هيستوګرام له انځور څخه هغه مهم ټکۍ، چې کيدای شي پرې پوه شو د هر ټولګي د واټن د ساحې متناسب والی پر افقي محور باندې د هماغه ټولګي د فريکونسي له ویشنې څخه ده. د هيستوګرام د دې خصوصيتونو په نظر کولای شو ووينو چې، د فريکونسي محور څرګندوي. په حقيقت کې د پېښو يا کتنو (وقوع او مشاهداتو) زياتوالی د هر مقياس واحد په نظر د x محور افاده کوي.

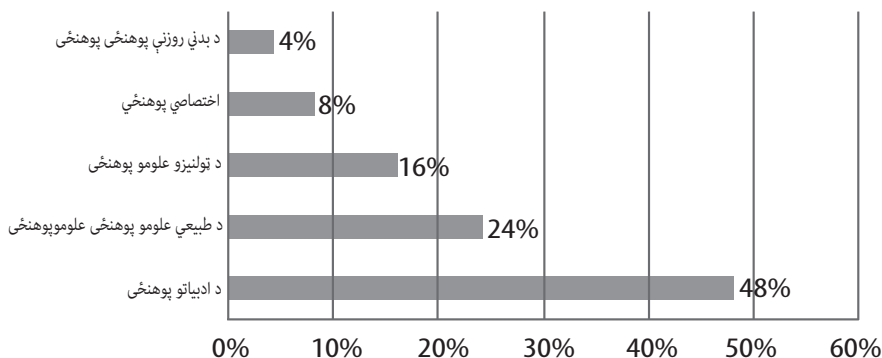
۲- بار چارت: د يوې فريکونسي د وېشنې د څرګندولو بله لار د بارچارت په مرسته ترسره کېږي. په دې بڼه کې د ۳-۱ بڼې د مستطيلونو په ځای عمودي کرښې رسمېږي. د هرې عمودي کرښې ستنه (پايه) په افقي محور کې د ټولګي په وسطي ټکي باندې ځای پرځای کېږي چې، دهغې اړوندې فريکونسي لوړوالی (ارتفاع) ښيي.

زموږ د مطالعې وړ بېلګه بارچارت، په ۳-۲ بڼه کې څرګنده شوې ده. بايد يادونه وکړو چې، بارچارت زياتره د غير متمادي اعدادو د گرافيکي څرګندولو په اړه په کار اچول کېږي.

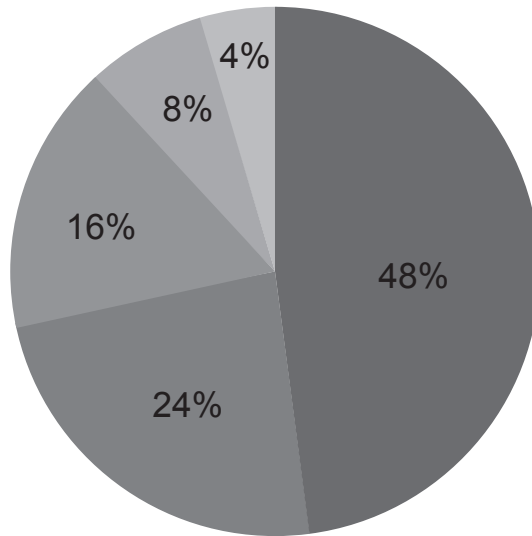


(۳-۲) بڼه په ۱۳۸۵ کال کې د ۱۴۲ کورنیو کلنی وسطي عاید بارچارت

۳- بارگراف **BAR GRAPH**: بارگراف له احصائیوي گرافونو څخه یو گراف دی چې، د فیصدۍ په اساس له مجموع څخه انځورېږي. د بېلگې په ډول که چېرې د کابل د ښوونې او روزنې په پوهنتون کې د ادبیاتو پوهنځي د محصلینو شمېر 48%، د طبیعي علومو د پوهنځي د محصلینو شمېر 24% او د ټولنیزو علومو د پوهنځي د محصلینو شمېر 16%، د اختصاصي پوهنځي د محصلینو شمېر 8% او د بدني روزنې د پوهنځي د محصلینو شمېر 4% وي، دا معلومات له بارگراف څخه په استفادې په لاندې شان څرگندوو.



۴- پای گراف **Pie graph**: پای گراف هم د فیصدی په اساس له غونډ (مجموع) څخه انځورېږي، چې یوه بشپړه دایره نظر ورکړل شوو فیصديو ته په پام کې نیول کېږي او پای گراف نظر هماغې وېشل شوې فیصدی ته د دایرې پر سر انځورېږي. په دې روش کې د یو درست (گل) تشکیل کوونکي اجزاوو فیصدي د دایرې د وړانګې (شعاع) په مرسته چې، مرکزي زاویه یې د جزء له فیصديو سره متناسبه وي. په دې منظور د پای گراف ورکړل شوې فیصدي په پام کې نیسو.



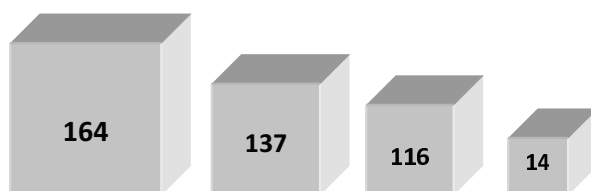
د ادبیاتو پوهنځی 48%
د طبیعي علومو پوهنځی 24%
د ټولنیزو علومو پوهنځی 16%
د اختصاصي علومو پوهنځی 8%
د بدني روزنې پوهنځی 4%

۵- خط ماتی (شکسته) گراف **Broken Line Graph**: خط ماتی گراف د متحولینو ترمنځ د اړیکو د څرګندولو لپاره په کار اچول کېږي. په دې صورت کې دا اړیکه د متحولینو د قیمتونو د مرتبو جوړو په ذریعه د ټکو په بڼه د وضعیه کمیاتو د سیستم پر مخ ښودل

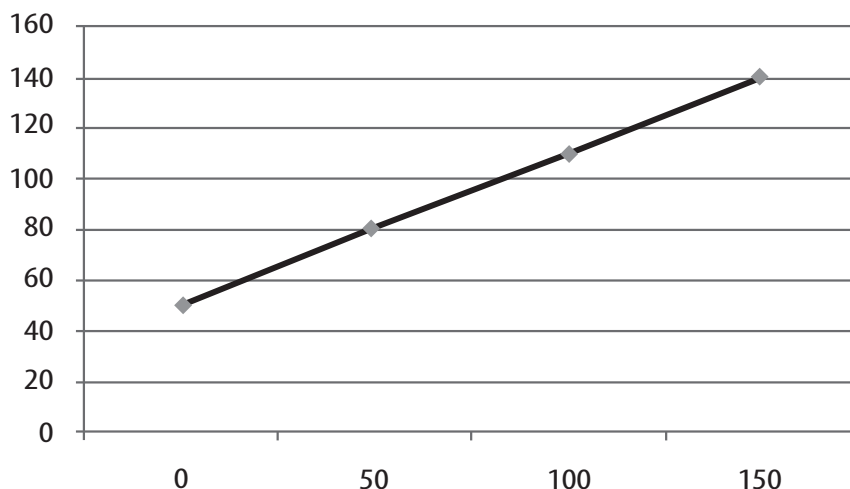
کیري او وروسته لاسته راغلي ټکي د ټوټه کړښو په مرسته له یو بل سره نښلوو چې د گراف بڼه په لاس راځي او هغه گراف چې په دې ترتیب لاسته راځي د خط ماتي گراف په نوم یادېږي.

خط ماتي گراف معمولاً هغه وخت د استفادې وړ گرځي چې، د یو متحول بدلونونه په زماني وقفو کې تر مطالعې لاندې نیول کېږي. لکه د زړه گراف او داسې نور.

۶- **تصویري یا سمبولیک گراف Picto Graph:** په تصویری گراف کې ارقام د سمبولیکو کوچنیو تصویرونو په مرسته ښودل کېږي. د هر تصویر او سمبول کچه په رقم پورې اړوندېږي. لکه د ۱۶ تنو، ۱۱۶، ۱۳۷، ۱۶۴ تنو ارقام کولای شو د مکعباتو په بڼه نظر کوچنیو او لویو ارقامو ته په لاندې توگه وښیو.



سمبولیک گراف



خط ماتي گراف

نسبي او متراکمي (مجموعي) فريکونسي گانې

نسبي فريکونسي: د يوه ټولگي نسبي فريکونسي د هماغه ټولگي د فريکونسي نسبت د ټولو ټولگيو د فريکونسي له مجموع څخه عبارت دی او معمولاً په فيصدي څرگنديږي، مثلاً د لومړي ټولگي نسبي فريکونسي په لاندې معلوماتو کې عبارت ده له:

د سعودي (زياتېدونکې) متراکمي فريکونسي جدول

X	F	متراکمه فريکونسي زياتېدونکې
34-45	10	10
45-55	15	25
55-65	12	37
65-75	17	54
75-85	12	66
85-95	5	71
95-105	10	81
مجموع	$\sum F = 81$	

$$= \frac{10}{81} \cdot 100 = 12.34\% \quad \text{د لومړي ټولگي نسبي فريکونسي}$$

متراکمه (مجموعي) فريکونسي: د متراکمو يا مجموعي فريکونسي گانو وېشنه کولای شو په دوو لارو وېشو، يعنې د سعودي (زياتېدونکو) متراکمي فريکونسي وېشنه او د ټيټېدونکې (متناقصې) متراکمي فريکونسي وېشنه.

الف- سعودي (زياتېدونکې) متراکمه فريکونسي: په دې فريکونسي کې له لومړنۍ فريکونسي يا د ټولگي له کوچنۍ فريکونسي څخه پيل شوې. په ترتيب سره د هر ټولگي له فريکونسي سره جمع او د اړوند ټولگي په وړاندې ځای پرځای شوي دي، مثلاً د لومړي ټولگي متراکمه فريکونسي په پورته مثال کې 10 دويم ټولگی 25، درېيم ټولگی 37، څلورم ټولگی 54 او په همدې ترتيب تر اووم ټولگي 66، 71 او 81 دي او يا اووم ټولگی له لومړي څخه تر اومه پورې د ټولو فريکونسي گانو مجموع ده.

ب- ټيټېدونکې (متناقصه) متراکمه فريکونسي: د متناقصو متراکمو فريکونسي گانو په ترتيبولو کې يا د فريکونسي گانو مجموع د لومړي ټولگي په وړاندې ځای په ځای شوي دي او په ترتيب سره د هر ټولگي فريکونسي د پاتې شوو له مجموع څخه

تفریق او د اړوند ټولګي په وړاندې لیکل شوي دي. مثلاً: د لومړي ټولګي ټیټېدونکې متراکمه فریکونسي 81 یعنې د فریکونسي ګانو مجموع او د فریکونسي ګانو له مجموع څخه وروسته، د لومړي ټولګي فریکونسي منفي د دویم ټولګي د متراکمې مجموع په فریکونسي کې لیکل کېږي او په همدې ډول تر اووم ټولګي پورې دوام پیدا کوي. د متناقصې (ټیټېدونکې) متراکمې فریکونسي جدول

زیاتېدونکې متراکمه فریکونسي	F	X
81	10	34-45
71	15	45-55
56	12	55-65
44	17	65-75
27	12	75-85
15	5	85-95
10	10	95-105

د درېیم څپرګي د مطالبو لنډيز:

- د پېښېدو (وقوع) بیا وېشنه (د فریکونسي وېشنه): که چېرې اعداد نظر د هغوی کچې او کمیت ته ترتیب او توضیح شي دغه عملیه د پېښېدو بیا وېشنې یا د فریکونسي وېشنې په نوم یادوي.
- د اعدادو راټولونه: د فریکونسي په وېشنه کې د لومړنیو اعدادو توحید او انسجام معمولاً په مستقیم او غیر مستقیم ډول په اتفاقي او خپور (پراکنده) توګه تر سره کېږي. اعداد له راټولونې وروسته ترتیب، توحید او خلاصه کېږي تر څو تحلیل او نتیجه ګیري آسانه شي.
- د اعدادو تصنیف: که چېرې اعداد لږ یا د نمونې کچه کوچنۍ وي د اعدادو ترتیب نسبتاً آسانه دی، که چېرې اعداد زیات او نمونه نسبتاً لویه وي د اعدادو ترتیب په جدول کې آسانه کار نه دی، زیات وخت غواړي او محدوده ګټه ورڅخه اخستل کېږي.
- نو ځکه اعداد په هغه بڼه چې ترتیب، تصنیف او څرګندېږي د بیا پېښېدو جدول (د فریکونسي جدول) په نوم یادېږي.

د فریکونسي جدول تخنیکي اصطلاحات او مفاهیم

ټولګی: په احصائیه کې هر ټاکل شوی واټن د دوو عددو په وسیله لکه 66.00-66.49 د ټولګي په نوم یادېږي.

د ټولګي حد او حدود: هغه دوه عدده چې یو ټولګی رانغاړي، د ټولګي حد او حدود یادېږي. کوچنی عدد د ښکتنې حد او لوی عدد د پورتنې حد په نوم یادېږي.

د ټولګي سرحد: د بحث وړ ټولګي د ښکتنې حد اوسط او د مخکني ټولګي پورتنی حد، د ښکتنې سرحد په نوم، او د نظر وړ ټولګي پورتنی حد او د وروستني ټولګي ښکتنی حد د پورتنې سرحد په نوم یادېږي.

د ټولګي واټن: د هماغه ټولګي د ښکتنې حد او د مخکني ټولګي د ښکتنې حد توپیر د ټولګي واټن دی.

د ټولګي پراخ والی: د ټولګي پراخوالی د هماغه ټولګي د پورتنې سرحد او ښکتنې سرحد ترمنځ توپیر دی.

د ټولګي فریکونسي: د هغو پېښو او کتنو (واقعاتو او مشاهداتو) له تعداد (تکرار) څخه عبارت دی چې په هماغه ټولګي پورې اړوندېږي.

د ټولګي وسط: د یوه ټولګي منځنۍ برخه د هماغه ټولګي د حدودو له اوسط څخه عبارت دی. د فرېکونسي د وېشنې ګرافیکي څرګندونه: کولای شو د ځینو ګرافونو لکه: هیستوګرام، باراګراف، پای ګراف، خط ماتي او تصویري ګراف یا سمبولیک ګراف په وسیله څرګند کړو.

د دریم څپرکي پوښتنې

- ۱- د فریکونسي د وېشنې مفهوم په لنډه توګه توضیح کړئ؟
- ۲- په هغه کې لاندې ورکړل شوي معلومات
66.00-66.49
66.50-66.99
67.00-67.49
67.50-67.99
الف- د ټولګي حد او حدود وټاکئ؟
ب- د ټولګي ښکتنی او پورتنی سرحد وټاکئ؟
ج- ټولګی تشخیص کړئ؟
د- د ټولګیو پراخ والی وټاکئ؟
ه- د ټولګیو اوسط تشخیص کړئ؟
- ۳- د یوې کورنۍ کلني لګښتونه ورکړل شوي دي، دا لګښتونه د بارګراف او پای ګراف د احصائیوې ګراف په بڼه څرګند کړئ؟
- ۴- د ټولګي واټن څه شی دی؟

مرکزي (اوسط) میلان مقیاس

تولیزه موخه:

د اوسطونو په مفهوم پوهېدل او د هغوی د څانگو بڼې.

د زده کړې موخې: د دې خپرکي په پای کې باید محصلین د حساب د څانگې د اوسطونو مفهوم تعریف او توضیح کړای شي.

- ۱- حسابي اوسط
- ۲- هندسي اوسط
- ۳- هارمونيکي اوسط
- ۴- مربعي اوسط
- مود (د فریکونسي زیاتوالی) د هغو اوسطونو په مفهوم پوهېدل چې، وسطي موقعیت لري.
- میدیان (د فریکونسي اوسط)
- د کارټیلونو، سانیلونو او دسیلونو په سنجش او مفهوم پوهېدل

اوسطونه: یو شمېر احصائیوي مقیاسونه شتون لري چې، د اوسطونو په توگه په کار اچول کېږي. اوسطونه د هغوی د ریاضي اړخونو له پلوه په دوه گروپونو باندې وېشل کېږي. هغه شمېرې چې د حساب د سنجش له نظره د عدد د اوسط په توگه راوځي او دویم گروپ چې منځنی موقعیت لري.

لومړی گروپ: په لومړني گروپ کې حسابي اوسط، هندسي اوسط، مربعي اوسط او هارمونيکي اوسط شامل دي.

دویم گروپ: میدیان (د فریکونسي وسط) مود (د فریکونسي زیاتوالی) او داسې نور رانغاړي. باید ووايو چې په زیاتره ځایونو کې یواځې یو مقیاس یا تشریحي مشخصې ته اړتیا لرو، تر څو نظر هغه ته د بلې لړۍ شمېرې مطالعه کړو. دا عدد باید له هغو ټولو اعدادو څخه استازیتوب وکړي چې، د هغې په وسیله تشریح کېږي. په دې منظور نوموړی عدد باید تمایل یا میلان همدارنګه د لړۍ د شمېرو ویشنه د یوه مرکزي یا وسطي ارزښت په ځواکې وښيي. له دې پلوه استازی عدد د مرکزي میلان مقیاس یا معمولاً د اوسط په نوم یادېږي.

یا په بل عبارت د یوې لړۍ یا سلسلې اوسط د یوه ارزښت یا یوه عدد څخه دی، چې له ټولو اعدادو څخه استازیتوب وکړي او څرنګه چې دا عدد د لږوالي له پلوه د اړوندو شمېرو د لړۍ یا سلسلې په وسط یا مرکز کې ځای پرځای کېږي، ځینې وخت د مرکزي گذارش مقیاس په نوم هم نومول کېږي.

څرنګه چې مو وویل مرکزي تمایل یا د مرکزي میلان مقیاس د بېلا بېلو څانګو لرونکي دي چې زیات معمولي یې عبارت دي له:

1- **حسابي اوسط:** د ورکړل شوو اعدادو د ټولو ارقامو حاصل جمع د هغوی پر تعداد باندې له تقسیم څخه عبارت دی. که چېرې د حسابي وسط په $\bar{X}$ او ورکړل شوې شمېرې یا ارقام په $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ وښودل شي نو حسابي اوسط مساوي کېږي په:

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 \dots X_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

د (Σ) (زیګما) علامه (د یوناني لوی توري سیګما یا زیګما) معمولاً د مجموع یا جمع کولو په مفهوم په کار اچول کېږي.

د بېلګې په ډول که 10 عدده ولرو او هر یو یې په x_i ($i=1,2,\dots,10$) افاده کړو او وغواړو د دغو اعدادو مجموعه پیدا کړو کولای شو ولیکو.

$$X_1 + X_2 + \dots + X_{10} = \sum_{i=1}^{10} X_i$$

بېلګه: د ارقامو حسابي اوسط 3,11,12,13,14,16,17,18 عبارت دی له:

$$\bar{X} = \frac{3+11+12+13+14+16+17+18}{8} = \frac{104}{8} = 13$$

بېلگه: که اوه عدده، 2، 7، 8، 5، 13، 15، 20 ولرو د هغه حسابي اوسط به عبارت وي له:

$$\bar{X} = \frac{15 + 2 + 7 + 8 + 5 + 13 + 20}{7} = \frac{70}{7} = 10$$

له مؤثر اوسط څخه یو د استفاده کولو خصوصي حالات په هغه حالت کې دی چې، د څو ستونو آمارو یا ارقامو عمومي اوسط د هر سټ د اوسطونو په مرسته مطلوب وي. لکه که چېرې X_1 اوسط n_1 عدد، X_2 اوسط n_2 په همدې ترتیب بالاخره X_n اوسط n_k عدد وي تردې شرایطو لاندې عمومي اوسط مساوي دی له:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i \bar{X}_i}{\sum_{i=1}^k n_i}$$

بېلگه: د یوه ټولګي د 26 تنو اوسطې نمرې 74.7 د همدې ټولګي د 32 تنو نورو اوسطې نمرې 85.2 او د همدې ټولګي د پاتې 35 تنو اوسط 71.5 دی. د ټولګي اوسطه نمره محاسبه کړئ.

$$\bar{X} = \frac{26(74.7) + 32(85.32) + 35(71.5)}{26 + 32 + 35} = 77.12$$

بېلگه: یو هټی وال 28 کیلوګرامه چای، یو کیلو ګرام په 120000 افغانۍ، 18 کیلوګرامه چای یو کیلوګرام په 130000 افغانۍ او 48 کیلوګرامه چای، یو کیلو ګرام په 13500 افغانۍ خرڅ کړ، د هر یو کیلو ګرام چای اوسط قیمت معلوم کړئ.

$$\bar{X} = \frac{28(120000) + 18(130000) + 48(135000)}{28 + 18 + 48} = 129545.5 Af$$

الف- د اوږدې یا متمادي لړۍ حسابي اوسط (ډلبندي شوي اعداد): د اوږدو تصنیف شوو اعدادو اوسط ځای کولای شو له لاندې درېو لارو لاسته راوړو.

a- مستقیم میتود

b- غیر مستقیم میتود یا فرضي اوسط

c- د پراویز (مرحله اي) انحراف میتود

a- په مستقیم میتود کې د یوې اوږدې لړۍ د حسابي اوسط سنجش لپاره کولای شو له لاندې فورمول څخه ګټه واخلو.

$$X = \frac{\sum fn}{\sum f}$$

چې په هغه کې X اوسط، m د ټولګي وسطي ټکي، f د ټولګيو اړونده فریکونسي ښيي. بېلګه: د سلو تعاوني مغازو د خرڅلاو د اندازې په اړه لاندې معلومات په لاس کې شته، د خرڅلاو وسطي اندازه يا کچه معلومه کړئ.

د خرڅلاو اندازه (زر افغانۍ)

X	f	M	Fm	$X = \frac{\sum fn}{\sum f}$
5-15	10	10	100	$X = \frac{3200}{100}$
15-25	20	20	400	$X=32$ زر افغانۍ
25-35	30	30	900	
35-45	25	40	1000	
45-55	10	50	500	
55-65	5	60	300	
			$\sum fm = 3200$	

b- د فرضي اوسط په طريقه: له لاندې فورمول څخه ګټه اخيستل کېږي.

$$X = A + \frac{\sum fd}{\sum f}$$

چې په هغه کې A فرضي اوسط او $\sum d$ مساوي دی له $d = m - A$ سره. بېلګه: پورتنۍ تمرین په پام کې نيسو، د وسطي خرڅلاو اندازه د دې میتود په مرسته پیدا کړئ.

فرض کړئ چې A یا فرضي اوسط مساوي له 30 سره وي.

X	F	M	$d=m-A$	Fd
5-15	10	10	$10-30=-20$	-200
15-25	20	20	$20-30=-10$	-200
25-35	30	30	$30-30=0$	0
35-45	25	40	$40-30=10$	250
45-55	10	50	$50-30=20$	200
55-65	5	60	$60-30=30$	150
$\sum f = 100$				$\sum fd = 200$

$$X=A+\frac{\sum fd}{\sum f} \Rightarrow X=30+\frac{200}{100}=32 \text{ زره}$$

C- د مرحله يي انحراف میتود: په دې روش کې د سنجشونو د آسانی لپاره د ټولګیو ګډ واټن سنجول کیږي او د هغه نتیجه په ګډ واټن کې ضربیږي چې، فورمول یې په لاندې ډول دی.

$$X=A+\frac{\sum fd}{\sum f}.C$$

چې په هغه کې $d=m-A$ او C د ټولګیو ګډ واټن ښيي فرض کوو چې، A د فرض اوسط مساوي له 40 سره وي.

د مخکینۍ بېلګې ارقام په پام کې ونیسئ. د وسطي خرڅلاو اندازه د پورتنی فورمول په مرسته سنجش کړئ. د خرڅلاو اندازه (په زر افغانۍ).

X	F	M	$m-A=d$	$d \cdot \frac{d}{c}$	Fd
5-15	10	10	-30	-3	-30
15-25	20	20	-20	-2	-40
25-35	30	30	-10	-1	-30
35-45	25	40	0	0	0
45-55	10	50	10	1	10
55-65	5	60	20	2	10
$\sum f = 100$					$\sum fd' = -80$

$$A=40$$

$$C=10$$

$$X=A+\frac{\sum fd'}{\sum f}.C \qquad X=40+\frac{-80}{100}.10 = 40-8 = 32 \text{ زر}$$

۱- هندسي اوسط: هندسي اوسط د m له جذر د n له حاصل ضرب، له کتنې او يا ارزښتونو څخه عبارت دي. که په يوه لړۍ کې دوه عدده شتون ولري، د هغه مربع جذر او که درې شمېرو لرونکی وي، مکعب جذر او په همدې ترتيب د لړۍ د ارقامو له تعداد سره سم د هغه جذر اخيستل کېږي. په سمبولیک ډول هندسي اوسط د لاندې فورمول په مرسته لاسته راځي:

$$GM = \sqrt[n]{X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \dots X_n}$$

چې په هغه کې $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ او داسې نور د لړۍ بېلا بېل ارقام بڼي. که چېرې د لړۍ ارقام درې يا له دريو څخه زيات وي د ارزښتونو ضرب کول او د هغه د جذر لاسته راوړل ډېر ستونزمن کار دی، د سنجش د ساده کولو لپاره له لوگاريتم څخه استفاده کېږي.

د يواځې (منفردو) کتنو هندسي اوسط سنجش: د يواځې (انفرادي) کتنو د هندسي اوسط

$$GM = \frac{\sum \log x}{N}$$

سنجش لپاره له لاندې فورمول څخه گټه اخيستل کېږي.

بېلگه: د لاندې کتنو هندسي اوسط پيدا کړئ.

$$N=5 \qquad GM = \frac{11.31}{5} = 2.26$$

X	Log X
---	-------

125	2.09
-----	------

275	2.43
-----	------

300	2.47
-----	------

185	2.26
-----	------

115	2.06
-----	------

$$\sum \log x = 11.31$$

بېلگه: د 45 او 90 او 180 اعدادو هندسي اوسط او حسابي اوسط پيدا کړئ.

$$\text{حل: } GM = \sqrt[3]{45 \cdot 90 \cdot 180} = \sqrt[3]{729000} = 90 \quad \text{هندسي اوسط}$$

$$Am = \frac{45 + 90 + 180}{3} = 105 \quad \text{حسابي اوسط}$$

بېلگه: د درې شمېرو 2، 4 او 8 هندسي او حسابي اوسط عبارت دی له:

$$G = \sqrt[n]{X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \dots X_n}$$

$$G = \sqrt[3]{(2)(4)(8)} = 64 = 4$$

$$\bar{X} = \frac{2 + 4 + 8}{3} = \frac{16}{3} = 4.7$$

په عمومي توګه د مثبتو اعدادو د هرې لړۍ یا سلسلې حسابي اوسط د هغه له هندسي اوسط څخه لوی وي. یا دا چې د لړۍ ټول اعداد له یو بل سره مساوي وي او که چېرې د لړۍ اعداد ټول یو شان برابرې وي. د نوموړې لړۍ حسابي اوسط او هندسي اوسط هم له یو بل سره مساوي وي. او که چېرې پورتنی فورمول د لوګاریتم په بڼه افاده کړو د هندسي اوسط سنجش په مراتبو آسانه کیږي یعنې:

$$G = (X_1 \cdot X_2 \cdot \dots \cdot X_n)^{\frac{1}{n}}$$

$$\text{Log } G = \frac{1}{n} \log(X_1 \cdot X_2 \dots X_n) = \frac{1}{n} (\log x_1 + \log x_2 \dots + \log x_n)$$

$$G = \frac{\sum \log x}{n}$$

بېلگه: د 3، 5، 6، 6، 7، 10 او 12 هندسي اوسط پيدا کړئ.

حل :

$$G = \sqrt[n]{(X_1)(X_2) \dots (X_n)} \quad G = (X_1)(X_2)(X_n)^{\frac{1}{n}}$$

$$\text{Log } G = \frac{\sum \log x}{n}$$

$$G = \sqrt[7]{(3)(5)(6)(6)(7)(10)(12)} = \sqrt[7]{453600}$$

$$\text{Log } G = \frac{1}{7} \log 453600$$

$$G = 6.43$$

او يا کولای شو وليکو:

$$\text{Log } G = \frac{1}{7} (\log 3 + \log 5 + \log 6 + \log 7 + \log 10 + \log 12)$$

$$G = 6.43$$

b: د لنډې (غير متمادي) لړۍ هندسي اوسط سنجش: د لنډې (غير متمادي) لړۍ د هندسي اوسط سنجش د لنډې فورمول په مرسته ترسره کيږي:

$$GM = \frac{\sum f \log X}{\sum f}$$

بېلگه: په يوه احصائيوي تحقيق يا څېړنه کې په ۹۳ کورنيو کې کلنی عايد په لاندې ډول لاسته راغلی دی.

X	F	LogX	flogX
10000	1	4	4
800	50	2.9	145
400	25	2.6	65
7500	2	3.87	7.74
1000	3	3	9
1500	4	3.17	12.68
1200	3	3.07	9.21
600	5	2.77	31.85
$\sum f = 93$			$\sum f \log X = 266$

$$GM = \frac{\sum f \log X}{\sum f} = \frac{266}{93} = 2.9$$

د اوږدې (متماډي) لړۍ هندسي اوسط سنجش: د اوږدې (متماډي) لړۍ د هندسي اوسط د سنجش لپاره له لاندې فورمول څخه گټه اخيستل کيږي:

$$GM = \frac{\sum f \log m}{\sum f}$$

په دې ځای کې m د ټولگيو وسطي ټکی دی.

بېلگه: د 50 تنو محصلينو د يوه ځانگړي مضمون د غږو په برخه کې لاندیني معلومات ورکړل شوي دي، وسطي غږ د هندسي له اوسط څخه په استفادې پيدا کړئ.

نمرې	د محصلينو شمېر	M	Log m	F Log m
X	F			
0-10	8	5	0.69	5.52
10-20	12	15	1.17	14.04
20-30	20	25	1.39	27.8
30-40	6	35	1.54	9.24
40-50	4	45	1.65	6.6
	$\Sigma f=50$			$\Sigma f \log m=63.53$

$$GM = \frac{\sum f \log m}{\sum f} = \frac{63.53}{50} = 1.27$$

د هندسي اوسط د استعمال خاص موارد: هندسي اوسط د خرڅلاو، توليداتو، نفوسو، او د اقتصادي او تجارتي نورو وسيلو د زياتوالي د وسطي فيصدۍ د پيدا کولو لپاره د استفادې وړ گرځي. د بېلگې په ډول که فرض کړو چې له 1359 کال څخه تر 1367 کال پورې قيمتونه په ترتيب سره 5%، 15% او 18% د قيمت کلنۍ وسطي زياتوالي 11% د حسابي اوسط په مرسته وي البته دا دقيقه نه ده بلکې 15.9% د هندسي اوسط په مرسته لاسته راغلې.

۲- هندسي اوسط د شاخصونو د منځ ته راتلو لپاره ډيرښه اوسط دی.

۳- په هغو مواردو کې چې کوچني ارقام د ستر ډیر دروندوالي لرونکي او لوی ارقام د کوچني لږ دروندوالي لرونکي وي ډېر مناسب اوسط، هندسي اوسط دی.

هارمونيکي اوسط: هارمونيکي اوسط یو ډول اوسط دی چې د استعمال محدود موارد لري او زیاتره وخت په خاصو ځایونو کې د احصائیوي اشتباهاتو د مخنیوي لپاره ورڅخه ګټه اخیستل کېږي. له دې اوسط څخه معمولاً په ورځ او یا په ساعت کې د تولید شوو محصولاتو د قیمتونو د لړۍ په تحلیل کې ګټه اخیستل کېږي. د هارمونیک اوسط د یواځې (منفرد) کتنو حسابي اوسط د معکوس په توګه محاسبه کېږي.

په دې ترتیب د هارمونیک اعدادو د یوې لړۍ، هارمونیک اوسط عبارت دي له:

$$X = \frac{\sum X}{N} \Leftrightarrow Hm = \frac{N}{\sum \frac{1}{Xn}}$$

$$H = \frac{1}{\frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} + \frac{1}{X_3} \dots + \frac{1}{X_n}}$$

$$H = \frac{1}{\sum \frac{1}{x}} = \frac{N}{\sum \frac{1}{X}}$$

د بېلګې په ډول د درېو اعدادو 2 او 4 او 8 هارمونیک اوسط پیدا کړئ.

$$H = \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}} \cdot \frac{1}{7} = \frac{3 \times 8}{7} = \frac{24}{7} = 3.43$$

بېلګه: یوه موټر 100 کیلومتره واټن له 20 کیلومتره سرعت سره، 100 کیلومتره له 25 کیلومتره سرعت سره او 100 کیلومتره له 50 کیلومتره سرعت سره په یوه ساعت کې وهلی دی، د هغه متوسط سرعت محاسبه کړئ.

حل: موټر 300 کیلومتره واټن په بېلا بېلو سرعتونو سره وهلي دي، چې اړوند وختونه عبارت دي له:

$$t_1 = \frac{100}{20} = 5h$$

$$t_2 = \frac{100}{25} = 4h$$

$$t_3 = \frac{100}{50} = 2h$$

او متوسط سرعت عبارت دی له:

$$\begin{aligned}\bar{V} &= \frac{100 + 100 + 100}{5 + 4 + 2} = \frac{300}{t_1 + t_2 + t_3} \\ &= \frac{300}{\frac{100}{20} + \frac{100}{25} + \frac{100}{50}} = \frac{3}{\frac{1}{20} + \frac{1}{25} + \frac{1}{50}} \\ &= \frac{3}{\frac{5 + 4 + 3}{100}} = \frac{3}{\frac{11}{100}} = \frac{300}{11} = 27.2\end{aligned}$$

له هارمونیک اوسط څخه معمولاً د وسطي سرعت د پیدا کولو لپاره چې، عین واټن په بېلا بېلو سرعتونو سره وهي استفاده کېږي.

د یواځې (منفردو) کتنو د هارمونیک اوسط سنځش: د هارمونیک یواځې (منفرد) اوسطونو په یوه لړۍ کې له لاندې فورمول څخه په استفادې سنځش کېږي چې، په هغه کې X_1, X_2 او $X_3, \dots, X_n$ د متحولونو بېلا بېل ارقام وي او N د کتنو یا مشاهداتو تعداد ښيي.

$$H_m = \frac{N}{\sum \frac{1}{XN}}$$

بېلگه: د لاندې کتنو (مشاهداتو) هارمونیک اوسط پیدا کړئ.

X	$\frac{1}{X}$	
		N=5
2	$\frac{1}{2}$	
4	$\frac{1}{4}$	
8	$\frac{1}{8}$	HM = $\frac{N}{\sum \frac{1}{X_m}}$
5	$\frac{1}{5}$	
10	$\frac{1}{10}$	HM = $\frac{5}{\frac{47}{10}} = 4.25$
		$\sum \frac{1}{X} = \frac{47}{40}$

د لنډې (غیر متمادي) لړۍ هارمونیک اوسط سنجش: په لنډې (غیرمتمادي) لړۍ کې د

$$\text{هارمونیک اوسط د } HM = \frac{\sum f}{\sum \frac{f}{x}} \text{ فورمول په مرسته په لاس راځي.}$$

بېلگه: د 120 تنو محصلینو نمرې په لاندې ډول ورکړل شوې دي د هغه هارمونیک اوسط پیدا کړئ.

F	$\frac{f}{X}$	$\frac{f}{X}$	N=120
20	$\frac{20}{10}$	2	HM = $\frac{\sum f}{\sum fx}$
30	$\frac{30}{20}$	1.5	
50	$\frac{50}{25}$	2	
15	$\frac{15}{40}$	0.37	HM = $\frac{120}{5.97} = 20.10$
5	$\frac{5}{50}$	0.1	
$\sum f = 120$	$\sum \frac{f}{x}$	$\sum \frac{f}{x} = 5.97$	

د اوږدې (متمادي) لړۍ هارمونیک اوسط سنجش: د اوږدې لړۍ د هارمونیک اوسط سنجش لاره لکه د لنډې (غیرمتمادي) لړۍ په شان ده. یواځینی توپیر یې دا دی چې، په X کې د ټولګیو وسطي ټکي یعنی m د استفادې وړ ګرځي او د هغه فورمول په لاندې ډول دی.

$$HM = \frac{\sum F}{\sum \frac{f}{m}}$$

بېلګه: د لاندې معلوماتو هارمونیک اوسط پیدا کړئ.

X	F	M	$\frac{f}{m}$	
10-20	4	15	$\frac{4}{15} = 0.26$	HM = $\frac{\sum f}{\sum \frac{f}{m}}$
20-30	6	25	$\frac{6}{25} = 0.24$	
30-40	10	35	$\frac{10}{35} = 0.28$	HM = $\frac{30}{0.98}$
40-50	7	45	$\frac{7}{45} = 0.15$	

$$50-60 \quad \frac{3}{\sum = 30} \quad 55 \quad \frac{\frac{3}{55}=0.05}{\sum \frac{f}{m} = 0.98} \quad HM=30.6$$

بېلگه: د لاندې کتنو (مشاهداتو) هارمونیک اوسط پیدا کړئ.

X	F	M	$\frac{f}{m}$
25-35	10	30	$\frac{10}{30}$
35-45	5	40	$\frac{5}{40}$
45-55	15	50	$\frac{15}{50}$
55-65	20	60	$\frac{20}{60}$
65-75	25	70	$\frac{25}{70}$
$\sum f=75$		$\sum \frac{f}{m} = 1.448$	

$$HM = \frac{\sum f}{\sum \frac{f}{m}} \Rightarrow \frac{75}{1.448} = 5.79$$

مربعي برخه (بخش): د مربعاتو د حسابي اوسط مربع جذر ته د هغوی د څو عددونو مربعي اوسط ویل کېږي. په بل عبارت د $X_n, \dots, X_3, X_2, X_1$ اعدادو مربعي اوسط عبارت دی له:

$$QM = \bar{X}^2 = \sqrt{\frac{\sum X^2}{n}} = \sqrt{\frac{X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2}{n}}$$

بېلگه: د 1,3,4,5,7 اعدادو مربعي اوسط پیدا کړئ.

$$X^2 = \sqrt{\frac{(1)^2 + (3)^2 + (4)^2 + (5)^2 + (7)^2}{5}} = \sqrt{\frac{100}{5}} = \sqrt{20} = 4.4$$

موږ کولای شو مربعي اوسط هم په بېلو خانگو کې تر بحث او څېړنې لاندې ونیسو.
a- د یواځې (منفردې) لړۍ مربعي اوسط یعنې:

$$X^{-2} = \sqrt{\frac{\sum X^2}{N}}$$

بېلګه: د لاندې یواځې (منفردو) اعدادو مربعي اوسط لاسته راوړئ.

X	X ²
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
$\sum X^2 = 90$	

$$X^{-2} = \sqrt{\frac{90}{5}} = \sqrt{18} = 4.2$$

b- د لنډې (غیرمتمادي) لړۍ مربعي اوسط: د لاندې فورمول په مرسته لاسته راځي.

$$X^{-2} = \sqrt{\frac{\sum fX^2}{\sum f}}$$

بېلګه: د 20 تنو محصلینو نمرې په لاندې ډول ورکړل شوې دي د هغوی مربعي اوسط لاسته راوړئ.

X	f	X ²	FX ²
5	6	25	150
10	5	100	500
15	4	225	900
20	3	400	1200
25	2	625	1250
$\sum f = 20$		$\sum fX^2$	

$$\bar{X}^2 = \sqrt{\frac{4000}{20}} = \sqrt{200} = 14.14$$

b- په یوه اوږده (متمادي) لړۍ کې مربعي اوسط: په یوه اوږده (متمادي) لړۍ کې مربعي اوسط د لاندې فورمول په مرسته لاسته راځي.

$$X^2 = \sqrt{\frac{\sum fm^2}{\sum f}}$$

بېلگه: د مخکینۍ بېلگې ارقام په نظر کې ولرئ په لاندې اوږدې (متمادي) لړۍ کې د هغه مربعي اوسط پیدا کړئ.

X	f	m ²	Fm ²
5-15	6	10=100	600
15-25	5	20=400	2000
25-35	4	30=900	3600
35-45	3	40=1600	4800
45-55	2	50=2500	5000
	$\Sigma f=20$		$\Sigma fm^2=16000$

$$X^2 = \sqrt{\frac{\sum fm}{\sum f}} \Rightarrow \sqrt{\frac{1600}{20}} = \sqrt{800} = 28.28$$

میدیان (د فریکونسي وسط)

تر اوسه پورې چې کوم اوسطونه موږ مطالعه کړل هغه سنجش شوي اوسطونه دي چې، د یوې څونې نظر ټولو اعدادو یا کتنو (مشاهداتو) ته د مشخصو فورمولونو په لړۍ کې محاسبه کېږي. په خلاف د دې په ځینو مواردو کې د وېشل شوو اوسطونو په ځای د اعدادو یا کتنو (مشاهداتو) وسطي موقفونو ته لکه میډیان (د فریکونسي وسط) یا مود (د فریکونسي زیاتوالی یا کثرت) چې وروسته به مطالعه شي اړتیا پیدا کېږي.

د یوې لړۍ اعدادو میډیان چې د هغوی د کمیت په نظر ترتیب شوي، نوموړې لړۍ له وسطي (منځنۍ) عدد څخه عبارت دی، په بل عبارت میډیان د هغه عدد له ارزښت څخه عبارت دی چې، اړونده لړۍ په دوو برخو داسې ویشي چې، لږ تر لږه د لړۍ پنځوس فیصده اجزاء لږ یا مساوي په هغه یا لږ تر لږه پنځوس فیصده د لړۍ اجزاء مساوي یا له هغه څخه لوی وي.

د یوه آمار منځ (وسط) یا پلېنډي (صنف بندي) شوي اعداد د اندازې (صعودي یا نزولي) په ترتیب په لاندې بڼه په لاس راځي.

۱- که چېرې د آمار یا ارقامو اندازه تاق وي په دې صورت کې د هغوی منځ (میانه) له هغه منځني رقم یا عدد څخه عبارت دی چې، د هغه دواړو خواوو ته په مساوي بڼه ارقام ځای په ځای کېږي. مثلاً د اعدادو منځ (میانه) په نزولي بڼه 12، 13، 14، 15، 16، 17، 18، 19 او 20 څخه عبارت دي. د 16 عدد یعنې پنځم عدد منځنی (میانه) دی.

او يا که د 5 تنو عايد په ترتيب سره 2500، 2800، 3200، 3400 او 4000 افغانۍ وي. د ميديان عايد عبارت له 3200 افغانۍ څخه دی.

دا بايد څرگند کړو چې، د ميديان تثبيت بايد له ټولو نه مخکې اعداد ترتيب کړي. بېلگه: د لاندې اعدادو ميديان پيدا کړئ.

10، 3، 5، 4، 8، 8، 4، 8 او 6

پورتني اعداد له ترتيب څخه وروسته په لاندې ډول دي.

3، 4، 5، 6، 8، 8، 8 او 10

د دې اعدادو ميديان له 6 څخه عبارت دی.

که چېرې د يوې لړۍ د اجزاوو تعداد جفت وي، د هغه ميديان د هغو دوو عددونو له وسط څخه عبارت دی چې، د اړوندې لړۍ په وسط کې واقع شوې ده.

بېلگه: د لاندې اعدادو د لړۍ ميديان پيدا کړئ.

5، 18، 5، 15، 7، 12، 9 او 11

له ترتيب څخه وروسته لرو:

5، 7، 9، 11، 12، 15 او 18

په دې بېلگه کې تعداد د 8 اجزاوې دي او د هغوی په وسط کې يو واحد عدد شتون نه لري بلکې دوه عدده 9 او 11 ځای پرځای شوي. په دې حالت کې د ميديان ارزښت د هغو دوه عددونو له اوسط څخه عبارت دی چې، د لړۍ په وسط کې واقع شوي دي.

$$\text{Med} = \frac{9+11}{2} = 10$$

بېلگه: د لاندې لړۍ ميديان پيدا کړئ.

2500، 2800، 3200، 3400، 4000 او 4300

د دې لړۍ ميديان عبارت دی له:

$$\text{Med} = (3200 + 3400) \div 2 = 3300$$

د يواځې (منفردو) کتنو د ميديان سنجش

په لومړي سر کې به ورکړل شوې کتنې يا اعداد ترتيب کړو. په يوه گروپ کې د اعدادو شمېر د (1) له عدد سره جمع او د هغوی حاصل جمع په (2) وېشل کيږي د شمېرې خارج قسمت ښيي چې، په هغه پورې اړوند ارزښت د ميديان له ارزښت څخه عبارت دی.

مثلاً که د یوې کتنې (مشاهدې) د اعدادو شمېر 15 وي د (1) عدد له 15 عدد سره جمع کېږي او پر 2 وېشل کېږي او خارج قسمت یعنې 8 شمېرې ښيي چې، د هغه اړوند ارزښت له میدیان څخه عبارت دی.

د لوی گروپ د گروپونو د سنجش لپاره له همدغه روش څخه گټه اخیستل کېږي. په یوه گروپ کې چې، د 2099 کتنو یا مشاهدو لرونکی وي د هغه میدیان به د 1050 اړوندې کتنې یا مشاهدې له ارزښت څخه عبارت وي $2 = (2099 + 1) \div 2 = 1050$ ، چې د هغه فورمول په لاندې ډول دی.

$$Med \frac{N+1}{2} \Rightarrow \frac{2099+1}{2} = \frac{2101}{2} = 1050$$

بېلگه: که چېرې د 7 تنو کارگرانو معاش په ورځ کې 100 افغانۍ، 150 افغانۍ، 80 افغانۍ، 160 افغانۍ، 90 افغانۍ، 200 افغانۍ او 104 افغانۍ وي، د هغوی د میدیان معاش سنجش کړئ.
حل:

$$N=7$$

X

- 1- 80
- 2- 90
- 3- 100
- 4- 104
- 5- 150
- 6- 160
- 7- 200

$$\frac{N+1}{2} \Rightarrow \frac{7+1}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

4 د میدیان شمېره ده.

د 2 میدیان شمېره او د دې لړۍ میدیان چې، په څلورمې شمېرې پورې اړوندېږي له 104 عدد څخه عبارت دی یعنې د اوو تنو د معاش میدیان له 104 افغانیو سره برابر دی.
بېلگه: د لاندې اعدادو په لړۍ کې د هغه میدیان پیدا کړئ.

$$N=10$$

$$\frac{N+1}{2} \Rightarrow \frac{10+1}{2} = \frac{11}{2} = 5.5$$

X

1- 381

2- 391

3- 407

4- 522

5- 591

6- 672

7- 753

8- 777

9- 1490

10- 2488

11-

څرنگه چې لیدل کیږي 5.5 شمېره یعنې د 5 او 6 کتنو (مشاهدو) ترمنځ موقعیت دی. نو د میدیان ارزښت د 5 او 6 شمېرو د وسطي ارزښتونو له ارزښت سره برابر دی او کولای شو هغه په لاندې بڼه په لاس راوړو.

$$\frac{591+672}{2} \Rightarrow 631.5$$

څرګندېږي چې 50% یاده شوې لړۍ مساوي یا له 631.5 څخه لږ ارزښت لري او پاتې 50 مساوي یا له 631.5 څخه زیات ارزښت لري.

د لنډې (غیر متمادي) لړۍ د میدیان سنجش: د لنډې (غیرمتمادي) لړۍ د سنجش لپاره لاندې ټکي په پام کې نیول کیږي.

۱- لومړۍ دې د لړۍ اعداد ترتیب شي.

۲- باید متزایده متراکمه فریکونسي پیدا کړل شي.

$$۳- د \frac{\sum F+1}{2} \text{ ارزښت دې پيدا شي.}$$

۴- د متراکمې فریکونسي په ځانه (ستون) کې هغه مجموعه چې له $\frac{\sum F+1}{2}$ سره مساوي یا هغه رانغاړي پيدا او د هغه اړوند متحول ارزښت دې وټاکل شي، دغه ارزښت د میډیان قیمت ښيي.

بېلگه: لاندې معلومات په لاس کې شته د هغه میډیان پيدا کړئ.

متزایده متراکمه فریکونسي	د وگړو تعداد	ورځنی عاید
X	F	CF
80	16	16
100	24	40
150	26	66
180	30	96
200	20	116
250	6	122
	$\sum f=122$	

$$\frac{\sum f+1}{2} \Rightarrow \frac{122+1}{2} = 61.5$$

نو لیدل کیږي چې د هغې متزایدې فریکونسي 66 عدد چې مجموع $\frac{\sum f+1}{2}$ یعنې 61.5 رانغاړي او 66 متحول ارزښت له 150 سره برابر دی چې همدغه 150 د 122 تنو د ورځني عاید میډیان دی.

C- د اوږدې (متمادي) لړۍ د میډیان سنجش: د اوږدې لړۍ د میډیان سنجش لپاره له لاندې فورمول څخه ګټه اخلو.

$$\text{Med} = L + \frac{\frac{\sum f}{2} - CF}{F_{\text{med}}} . I$$

په دې فورمول کې L د ټولګي ښکتنی حد دی چې، میدیان په کې واقع شوی. CF د متزایدې متراکمو فریکونسي ګانو مجموع مخکې د ساده فریکونسي-میدیان له ټولګي څخه، د میدیان ټولګی او I د میدیان د ټولګي ګډ (مشترک) واټن ښیي که چېرې ټولګی ګډ واټن لرونکی نه وي د میدیان د ټولګي پراخ والی (وسعت) په کار اچول کېږي.

بېلګه: د 281 تنو میاشتنی عاید په لاندې ډول ورکړل شوی دی، میدیان یې سنجش کړئ.

د میدیان د ارزښت د پیدا کولو لپاره باید لاندې عمليې په ترتیب سره ترسره کړو.

۱- متزایده متراکمه فریکونسي ترتیبوو.

۲- د فریکونسي ګانو نیمه مجموعه یا $\frac{\sum f}{2}$ په لاس راوړو.

۳- د متزایدو متراکمو فریکونسي ګانو خانې (ستون) ته مراجعه کوو او له پورته څخه مخ

ښکته متزایده متراکمه کوچنۍ فریکونسي چې د $\frac{\sum f}{2}$ مجموع چاپېروي او یا له هغه سره مساوي ده، ټاکو. دا فریکونسي زموږ د مطالعې په اړونده بېلګه کې 174 ده.

۴- د متزایدې متراکمې فریکونسي له ټاکلوڅخه وروسته چې، $\frac{\sum f}{2}$ رانغاړي د هغه اړوند ټولګی یعنې د میدیان ټولګی تثبیتوو زموږ د پام وړ په بېلګه کې دا ټولګی ۱۱۰۰-۱۳۰۰ او ټیټنی حد یې یعنې $L=1100$ دی.

۵- له میدیان څخه د مخکې ټولګي متزایدې متراکمې فریکونسي مجموع مشخصوو او زموږ د پام وړ په بېلګه کې $CF=114$ دی.

۶- د میدیان د ټولګي ساده فریکونسي ټاکو چې، زموږ په بېلګه کې د 60 عدد دی.

۷- د ټولګیو ګډ واټن سنجش کوو چې، زموږ په بېلګه کې د ټولګیو ګډ واټن له 200 سره مساوي دی.

۸- پورتنی په لاس راغلي معلومات په اړوند فورمول کې وضع کوو او د میدیان ارزښت پیدا کوو.

عاید	F	CF	L=1100
300-500	1	1	I=200
500-700	16	17	CF=114

			Famed=60
700-900	39	56	د میډیان ټولګي ساده فریکونسي
700-1100	58	114	
1100-1300	60	174	$Med = L + \frac{\frac{\sum f}{2} - CF}{Famed} . I$
1300-1500	46	220	
1500-1700	22	242	$Med = 1100 + \frac{\frac{281}{2} - 114}{60} . 200$
1700-1900	15	257	$Med = 1100 + \frac{26.5}{60} . 200$
1900-2100	15	272	$Med = 1100 + 0.44 . 200$
2100-2300	9	281	$Med = 1100 + 88$
	281		$Med = 1188.3$

یعنې 50% کارمندان مساوي یا له 1188 څخه لږ او 50% نور کارمندان مساوي او له 1188 څخه زیات اخلي.

مود (د فریکونسي زیاتوالی): مود د اعدادو په یوه لړۍ کې له هغه عدد یا ارزښت څخه عبارت دی چې، له بل هر عدد یا ارزښت څخه زیات څرګندیږي. په بل عبارت مود له هغه ارزښت څخه عبارت دی چې زیاتره معمول وي. په ځینو لړیو کې امکان لري یو یا څو موده شتون ولري یا حتی پرته له مود څخه وي. لکه د

1، 2، 3، 4، 5، 6، 7 او

په لړۍ کې مود د (4) عدد دی ځکه چې له نورو اعدادو څخه زیات څرګند شوی دی
په دې ځای کې یو مود شتون لري، ځکه چې د اعدادو په لړۍ کې:

2، 3، 4، 5، 7، 9، 9، 10، 11، 11، 18 او

په پورته لړۍ کې دوه موده شتون لري چې له 9 او 11 څخه عبارت دي.

په لاندې لړۍ کې:

3و 5، 8، 10، 12، 17، 21

په پورته لړۍ کې مود شتون نه لري ځکه چې هر عدد یواځې یوځل څرگند شوی دی. مود په تجارتي مسایلو او اقتصادي مسایلو کې د کتنې وړ رول لري، د بېلګې په ډول د بوټ جوړونې په سرچینو یا شرکتونو کې، د گنډلو د قالبونو په طرح او ډیزاین کې اړین دي چې د پښو د تلې د سور (عرض)، د کورۍ جگوالی په متناسب ډول او د دوی په ډول نور مناسب شاخصونه په پام کې ونیول شي. له دې نه پرته نوموړی شرکت یا فابریکه د پښو د نورو او نورو مشخصاتو ته د نه پام له امله له نقص او تاوان سره مخامخ کیږي. له لاندې فورمول څخه په استفادې کولای شو مود د دفعاتو په یوه وېشنه کې محاسبه کړو.

$$Mode = L + \frac{Fm - F_1}{(Fm - f_1) + (fm - f_2)} \cdot i$$

په دې ځای کې:

L: له پور (طبقې) څخه ښکتنی واقعي حد چې، په هغه کې مود ځای لري.

Fm: هغه فریکونسي چې مود په هغه کې ځای لري.

F₁: د ښکته پور فریکونسي، هماغه پور چې په هغه کې مود ځای لري.

F₂: د پورتنی پور فریکونسي، هماغه پور چې په هغه کې مود ځای لري.

i: د ټولګي توپیر دی.

د مود له دې فورمول څخه په استفادې د لاندې دفعاتو وېشنه پیدا کوو.

90-99	20	L=59.5
80-89	25	Fm=304
70-79	211	F ₁ =190
60-69	304	F ₂ =211
50-59	190	i=10

$$40-49 \quad 87 \quad Mode = L + \frac{fm - f_1}{(fm - f_1) + (fm - f_2)}$$

$$30-39 \quad 8 \quad Mode = 59.5 + \frac{304 - 190}{(304 - 190) + (304 - 211)}$$

$$59.5 + \frac{1140}{207} \Rightarrow 59.5 + 5.5 = 65$$

او يا د تصنيف شوو اعدادو مود د لاندې فورمول په مرسته لاسته راتلای شي.

$$\text{Mode} = L_1 + \left(\frac{\Delta 1}{\Delta 1 + \Delta 2} \right) \cdot c$$

په دې ځای کې نوموړې نښې يا علايم عبارت دي له:

L_1 : د مود د ټولګي ښکتنی سرحد

Δ_1 : د مود ټولګي د فریکونسي توپیر د هغه د مخکني ټولګي له فریکونسي سره

Δ_1 : د مود د فریکونسي توپیر د هغه د وروستي ټولګي له فریکونسي سره (پرتله له اشارې څخه).

C: د مود د ټولګي د واټن کچه

دغه فورمول د 142 کورنیو د کلني عاید د وېشنې د فریکونسي په جدول کې تطبیق کوو.

لومړی باید د مود ټولګی په اړونده وېشنه کې وټاکو، د مود ټولګی په یوه وېشنه کې له

هغه یوه څخه عبارت دی چې، د ډېرې زیاتې فریکونسي لرونکې وي.

دا څرګنده ده چې زموږ په بېلګه کې څلورم ټولګی دی چې، د لویې فریکونسي یعنې د

40 کورنیو لرونکی دی.

کورنیو اړ تعداد	کلنی وسطي عاید (زر افغانۍ)
11	66.00-66.49
15	66.50-66.99
24	67.00-67.49
40	67.50-67.99
20	68.00-68.49
14	68.50-68.99
11	69.00-69.49
7	69.50-69.99
142	

د جدول د مطالعې له مخې د مود په ټولګي کې یعنې 40 د هغه ښکتنی سرحد 67.495

زره افغانۍ دي. د مود د ټولګي د فریکونسي توپیر له متجانس ټولګي سره 16 کورنیو

دی، $16 = (40 - 24)$ همدارنګه د مود د ټولګي د فریکونسي توپیر د هغه له وروستي ټولګي

سره 20 دی. د مود د ټولګي واټن کچه 0.50 زره افغانۍ ده د دې ارزښتونو تطبیق په فورمول کې په لاندې توګه څرګندېږي.

$$L_1 = 67.495$$

$$\Delta_1 = 40 - 24 = 16$$

$$\Delta_2 = 40 - 20 = 20$$

$$C = 0.50$$

$$\text{Mod} = L_1 + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) \cdot C$$

$$\text{Mod} = 67.495 + \left(\frac{16}{16 + 20} \right) 0.50 = 67.72$$

د مود ارزښت دا رسوي چې په هماغه کال کې هره کورنۍ زیاته اندازه د 67.72 زره افغانۍ کلني عاید لرونکي ده..

د کارټیلونو، د سیلونو او پرسانتیلونو سنجش

د میدیان تر څنګه نور مقیاسونه هم شتون لري چې، یوه لړۍ په مساوي برخو وېشي چې، له هغوی څخه یې ډېر مهم کارټیلونه، دسیلونه او پرسانتیلونه دي. کارټیلونه (Q): له هغه متحول ارزښت څخه عبارت دي چې مجموعي فریکونسي په څلورو برخو وېشي.

دسیلونه (D): له هغه متحول ارزښت څخه عبارت دي چې مجموعي فریکونسي په لسو برخو وېشي.

پرسانتیلونه (P): له هغه متحول ارزښت څخه عبارت دي چې مجموعي فریکونسي په 100 برخو وېشي.

په هماغه ډول چې د یوې لړۍ یو ټکی په دوو برخو وېشي، د هغې درې ټکي په څلور برخو وېشي. 9 ټکي یې په 10 برخو وېشي او د هغه 99 ټکي په 100 برخو وېشي او په پایله کې یوه لړۍ 3 کارټیل، 9 دسیله او 99 پرسانتیل لري. 1، 2، 3 او ... ارقام چې د هغوی تر څنګ لیکل کېږي هغه مشخص ارزښت چې، سنجش په هغه پورې اړوندېږي ښيي یعنې Q_1 لومړی کارټیل D_7 اووم دسیل P_{80} اتیایم پرسانتیل ښيي.

د کارتیلونو، دسیلونو او پرسانتیلونو د سنجش لاره د میدیان د سنجش په شان ده چې، په لنډه توګه توضیح کیږي.

د دسیلونو د سنجش لاره د کارتیلونو په څېر د میدیان له برخې سره ورته والی لري یواځې هغه توپیر چې شتون لري دا دی چې، په هغه کې لږۍ په 10 مساوي برخو وېشل

کیږي. که د هغوی $\frac{1}{10}$ مطالعه شي د لومړي دسیل په نوم یادېږي، که د هغوی $\frac{2}{10}$ مطالعه شي د دویم دسیل په نوم یادېږي.

د کارتیلونو سنجش: څرنګه چې میدیان یوه لږۍ په دوو مساوي برخو ویشي. کارتیل یوه برخه په څلورو مساوي برخو ویشي او له هرې برخې څخه یې موږ ته معلومات راکوي. که چېرې یوه مستقیمه کرښه د خپلو معلوماتو په توګه په پام کې ولرو. کارتیلونه هغه د درې ټکو په مرسته په څلورو مساوي برخو ویشي، څرنګه چې لومړی کارتیل 25% څرګندوي او د Q په توري ښودل کیږي او K د کارتیل شمېره ښيي.

دویم کارتیل 50% معلومات څرګندوي.

دریم کارتیل 75% معلومات څرګندوي.

کارتیلونه د Q په توري ښودل شوي او هغه شمېره چې د هغه په وړاندې لیکل کیږي د کارتیل شمېره ښيي. لکه Q_1 لومړی کارتیل او Q_3 دریم کارتیل ښيي. د فورمول په اساس د هغه د وېشلو طریقه کټ مټ لکه د میدیان سنجش دی.

$$Q=L+\frac{K\left(\sum f\right)-cf}{FQK}.I$$

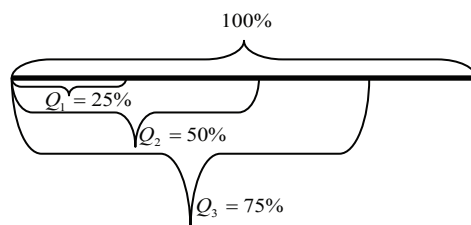
K په دې مساوي کې 1 او 2 تر 3 دي K=1, 2, 3

L د ټولګي ښکتنی حد چې کارتیل په هغه کې واقع شوی.

C_F د کارتیل له ټولګي څخه د مخه د متزایدې متراکمې فریکونسي مجموعه.

FQ د کارتیل د ټولګي فریکونسي

I د کارتیل د ټولګي ګډ واټن



بېلگه: د درېيم کارټيل لاندې ورکړل شوي معلومات پيدا کړئ.

X	فریکونسي f	CF
10-20	10	10
20-30	12	22
30-40	13	35
40-50	7	42
50-60	18	60
60-70	20	80
70-80	2	82
$\Sigma f = 82$		

$$K=1,2,3$$

$$Q=L+\frac{3\left(\frac{\sum f}{4}\right)-cf}{FQ_3}$$

$$L=60$$

$$Q=\frac{3(82)}{4}-61.5$$

$$Cf=60$$

$$Q_3=60+\frac{3\left(\frac{82}{4}\right)-60}{20}.10$$

$$FQ_3=20$$

$$Q_3=60+\frac{61.5-60}{20}.10$$

$$I=10$$

$$Q_3=60+\frac{1.5}{20}.10=60.75$$

$$Q_3=60.75$$

بېلگه: د پورته معلوماتو په پام کې نیولو سره لومړۍ کارټیل سنجش کړئ.

$$Q_1 = L + \frac{(\sum \frac{f}{4}) - cf}{FQ_1} \cdot I$$

$$Q = \frac{\sum f}{4} \Rightarrow \frac{82}{4} = 20.5$$

$$L = 20$$

$$FQ_1 = 12$$

$$I = 10$$

$$Q_1 = 20 + \frac{20.5 - 10}{12} \cdot 10 = 27.5 \Rightarrow 20 + \frac{10.5}{12} \cdot 10 \Rightarrow 20 + 0.875 \cdot 10 \Rightarrow 20 + 8.75 = 28.75$$

$$Q_1 = 28.75$$

د دیسیل سنجش: دیسیلونه داسې مرکزي ارزښت دی چې یوه لړۍ په 10 مساوي برخو ویشي او له هرې برخې څخه یې د معلوماتو لپاره څرگندونې کوي. فورمول یې په لاندې ډول دی. د D توری د دیسیل په مفهوم دی او K د دیسیل شمېره ښيي.

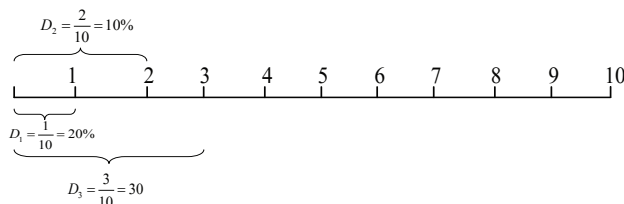
$$D_K = L + \frac{K(\sum \frac{f}{10}) - cf}{FD_K} \cdot I$$

D د دیسیلونو سنجش

K د دیسیلونو شمېرې زموږ لپاره څرگندوي

FDK د ټولګي ساده فریکونسي ده

د دیسیلونو په برخه کې، D_1 لومړۍ دیسیل 10% معلومات، D_2 دویم دیسیل 20% معلومات او D_3 دریم دیسیل 30% معلومات په همدې توګه D_9 نهم دیسیل 90% معلومات څرګندوي.



بېلگه: لاندې معلومات په پام کې ولرئ د هغه اووم ډیسیل سنجش کړئ.

K=7

X	F	CF
35-45	10	10
45-55	15	25
55-65	12	37
65-75	17	54
75-85	12	66
85-95	5	71
95-105	10	81
$\Sigma f=81$		

$$D_7 = L + \frac{7\left(\frac{\Sigma f}{10}\right) - cf}{FD_7} \cdot I$$

$$L = 7\left(\frac{81}{10}\right) = 56.7$$

$$D_7 = 75 + \frac{56.7 - 54}{12} \cdot 10$$

$$L = 75$$

$$D_7 = 75 + \frac{2.7}{12} \cdot 100$$

$$D_7 = 77.25$$

$$Cf = 54$$

$$FD_7 = 12$$

$$I = 10$$

بېلگه: پورتنی معلومات په پام کې ونیسئ. 40% معلومات څو بیه لري.

K=4

X	F	CF	$D_4 = L + \frac{4\left(\frac{\Sigma f}{10}\right) - cf}{FD_4}$
35-45	10	10	D=55
45-55	15	25	$D_4 = 4\left(\frac{81}{10}\right) = 32.4$
55-65	12	37	L=55

65-75	17	54	CF=25
-------	----	----	-------

75-85	12	66	FD ₄ =12
-------	----	----	---------------------

85-95	5	71
-------	---	----

95-105	10	81	$D_4 = 55 + \frac{32.4 - 25}{12} \cdot 10$
--------	----	----	--

$$\Sigma f = 81$$

$$D_4 = 55 + 6.16 = 61.16$$

د پرسانتیلونو سنجش: یوه لړۍ په 100 مساوي برخو ویشي او د لړۍ له هرې برخې څخه معلومات لاسته راځي د P توري د پرسانتیل په مفهوم دی او K د پرسانتیل شمېره ښيي. د هغه فورمول عبارت دی له:

$$P_k = L + \frac{k(\frac{\Sigma f}{100}) - CF}{FP_k}$$

بېلګه: لاندې معلومات په نظر کې ولرئ د هغه 85 پرسانتیل پیدا کړئ.

K=85

X	F	CF
35-45	10	10
45-55	15	25
55-65	12	37
65-75	17	54
75-85	12	66
85-95	5	71
95-105	10	81

$$\Sigma f = 81$$

$$P_{85} = L + \frac{85(\frac{\Sigma f}{100}) - CF}{FP_{85}} \cdot I$$

$$P=85\left(\frac{81}{100}\right)=68.85$$

$$L=85$$

$$I=10$$

$$FP_{85}=5$$

$$P_{85}=85+\frac{68.85-66}{5}.10$$

$$P_{85}=90.7$$

د خلورم خپرکي لنډيز:

د مرکزي ميلان مقياسونه: د يوې لړۍ اوسط له يوه ارزښت يا يوه عدد څخه عبارت دی چې له ټولو اعدادو څخه استازيتوب کوي او څرنگه چې دا عدد د کميت له نظره د اړوندو اعدادو د لړۍ په مرکز يا وسط کې ځای په ځای کېږي ځينې وخت د مرکزي ميلان د مقياسونو په نوم ياديږي.

1- حسابي اوسط: د ټولو ورکړل شويو اعدادو يا ارقامو حاصل جمع تقسيم د هغوی پر تعداد باندې له حسابي اوسط څخه عبارت دی.

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

د اوږدې (متمادي) لړۍ حسابي اوسط د موندلو طريقه دې لارې لري.

$$X = \frac{\sum fm}{\sum m} \quad \text{a- مستقيم ميتود: د هغه فورمول په دې ډول دی.}$$

$$X = A + \frac{\sum fd}{\sum f} \quad \text{b- فرضي اوسط ميتود: د هغه فورمول په دې ډول دی.}$$

$$X = A + \frac{\sum fd}{\sum f} \quad \text{c- دمرحله يي انحراف ميتود: د هغه فورمول په دې ډول دی.}$$

2- هندسي اوسط: هندسي اوسط د n ام له جذر د n له حاصل ضرب، له کتنې او يا ارزښتونو څخه عبارت دي.

$$GM = \sqrt[n]{X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \dots X_n}$$

a- د يواځې (منفردو) کتنو د هندسي اوسط سنجش: د هغه فورمول په دې ډول دی.

$$GM = \frac{\sum \log X}{N}$$

b- د لنډې (غیرمتمادي) لړۍ د هندسي اوسط سنجش: د هغه فورمول په دې ډول دی.

$$GM = \frac{\sum f \log X}{\sum f}$$

c- د اوږد (متمادي) هندسي اوسط سنجش: د هغه فورمول په دې ډول دی.

$$GM = \frac{\sum f \log X}{\sum f}$$

3- هارمونيکي اوسط: هارمونيکي اوسط يو ډول اوسط دی چې د استعمال محدود موارد لري او د منفردو کتنو د حسابي اوسط معکوس په توگه معکوس شوې محاسبه کېږي او فورمول يې:

$$HM = \frac{1}{\frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} \dots \frac{1}{X_n}} \quad \text{يا} \quad HM = \frac{N}{\sum \frac{1}{x_n}}$$

a- د يواځې (منفردو) کتنو د هارمونيک اوسط سنجش: د هغه فورمول په دې ډول دی.

$$HM = \frac{N}{\sum X_n}$$

b- د لنډې (غیرمتمادي) لړۍ د هارمونيک اوسط سنجش: فورمول يې په دې ډول دی.

$$HM = \frac{\sum f}{\sum \frac{f}{x}}$$

c- د اوږدې (متماډي) لړۍ د هارمونیک اوسط سنجش:

$$HM = \frac{\sum f}{\sum \frac{f}{m}}$$

مربعي اوسط: د مربعاتو د حسابي اوسط مربع جذر ته د هغو د څو عددو مربعي اوسط ویل کیږي او یا د $X_1, X_2, \dots, X_n$ اعدادو مربعي اوسط عبارت دی له:

$$QM = \overline{X^2} = \sqrt{\frac{X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2}{n}} \Rightarrow \sqrt{\frac{\sum X^2}{n}}$$

a- د یواځې (منفردې) لړۍ د مربعي اوسط سنجش: فورمول یې په دې ډول دی.

$$\overline{X^2} = \sqrt{\frac{\sum X^2}{n}}$$

b- د لنډې (غیر متماډي) لړۍ مربعي اوسط: فورمول یې په دې ډول دی.

$$\overline{X^2} = \sqrt{\frac{\sum fX^2}{\sum f}}$$

c- په یوې اوږدې (متماډي) لړۍ کې مربعي اوسط: فورمول یې په دې ډول دی.

$$\overline{X^2} = \sqrt{\frac{\sum fm^2}{\sum f}}$$

میدیان (د فریکونسۍ ووسط): میډیان د هغه عدد له ارزښت څخه عبارت دی چې اړونده لړۍ په داسې ډول په دوو برخو وویشي چې، لږ تر لږه د لړۍ اجزاء پنځوس فیصده لږ یا له هغه سره مساوي، لږ تر لږه د دریو اجزاء پنځوس فیصده مساوي او یا له هغه څخه لوړ وي.

a- د یواځې (منفردو) کتنو د میدیان سنجش: فورمول یې په دې ډول دی: $\frac{N+1}{2}$

b- د لنډې (غیرمتمادي) لړۍ د میدیان سنجش: فورمول یې په دې ډول دی: $\frac{\sum f + 1}{2}$

c- د اوږدې (متمادي) لړۍ د میدیان سنجش: فورمول یې په دې ډول دی:

$$med = L + \frac{\frac{\sum f}{2} - cf}{fmed}$$

مود (دفریکونسي زیاتوالی): مود په یوه لړۍ اعدادو کې له هغه عدد یا ارزښت څخه عبارت دی چې له بل هر عدد یا ارزښت څخه زیات څرگندیږي او یا مود له هغه ارزښت څخه عبارت دی چې زیات معمول وي. مود د دفعاتو په یوه وېشنه کې داسې محاسبه کېږي.

$$\text{Mod} = L + \frac{Fm - f_1}{(fm - f_1) + (fm - f_2)}$$

$$\text{Mod} = L + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) C$$

د کارټیلونو سنجش: له هغه متحول ارزښت څخه عبارت دی چې مجموعي فریکونسي په څلورو (4) برخو ویشي.

د دیسیلونو سنجش: له هغه متحول ارزښت څخه عبارت دی چې مجموعي فریکونسي په لسو (10) برخو ویشي.

د پرسیانتیلونو سنجش: د هغه متحول له ارزښت څخه عبارت دی چې مجموعي فریکونسي په سلو (100) برخو مساوي تقسیم کړي.

د خلورم خپرکي پوښتنې

۱- دوه تنو زده کوونکو په ورځنۍ آزمونه کې 3، 4، 5، 5، 6، 7، 8، 8 او 9 نمرې ترلاسه کړي دي.

a. د پورتنیو نمرو حسابي اوسط پیدا کړئ؟

b. د هغه میډیان او موډ پیدا کړئ؟

که پورتنۍ هره نمره د 5 له عدد سره ضرب شي د نوو (جدیدو) نمرو حسابي اوسط معلوم کړئ؟

۲- د حسابي اوسط ورکړل شوي لاندې معلومات، د مستقیمو طریقو او فرضي اوسط په مرسته تقسیم کړئ که چېرې $A=70$ فرض شي؟

X	F
50	15
70	5
80	10
100	18
110	6
150	5

۳- د لاندې کتنو هندسي اوسط پیدا کړئ؟

X	F
20000	15
15000	18
10000	2
25000	12
18000	17
12000	13

۴- د لاندې لړۍ هارمونیک اوسط پیدا کړئ؟

X	F
25-35	10
35-45	5
45-55	15
55-65	20
65-75	25

۵- لاندې ورکړل شوي معلومات په 32 پرسانتیل، اووم دیسیل، 2 کارتیل پیدا کړئ؟

X	F
10-20	10
20-30	12
30-40	13
40-50	7
50-60	18
60-70	20
70-80	2

د انحراف یا خوړېدو (پراگندګۍ) مقیاسونه

ټولیزه موخه:

د انحراف یا خوړېدو (پراگندګۍ) په مفاهیمو پوهېدل

د زده کړې موخې: په دې څپرکي کې به زده کوونکي له لاندې موضوعاتو سره آشنایي پیدا کړي.

- ۱- انحراف یا خوړېدل (پراگندګۍ) او د هغه په مفهوم پوهېدل.
- ۲- د پراختیا (وسعت) په مفهوم پوهېدل.
- ۳- د کارټیلونو (مربعي انحراف) په نظر د انحراف په مفهوم پوهېدل.
- ۴- د وسطي انحراف په مفهوم پوهېدل.
- ۵- د انحراف په سر ضریب کې شامل د نسبي انحراف په مفهوم پوهېدل.

انحراف یا خوړېدل (پراگندګۍ):

په تېر څپرکي کې د اوسطونو په اړه اوږد بحث ترسره شو، په هغه ځای کې څرګنده شوه چې اوسطونه په یواځیتوب سره نه شي کولای په مناسبه توګه د دفعاتو یوه وېشنه (فریکونسي) تعبیر او هغې ته بدلون ورکړي ځکه چې اوسطونه د دفعاتو په مرکزي برخه کې واقع شوي وي او نه شي کولای ووايي چې هرې نظر اوسطونو ته په خپل منځ کې په کوم ترتیب سره واقع شوي دي، د څو ډولونو اوسطونو د سنجش سربېره نه شي کولای پرته له زیاتو معلوماتو د خوړېدو (پراگندګۍ) د څرنگوالي په اړه قضاوت وکړي. د بېلګې په ډول د ښوونځي دوه ډلو زده کوونکو خپلې آزماینې تېرې کړي چې له زده کوونکو څخه د هرې ډلې د دفعاتو وېشنه په جداګانه توګه ترتیب شوي دي، څرنگه چې د دواړو ډلو زده کوونکو

د نمره حسابي اوسط 67 دی. د لومړي دفعاتو د وېشنې لوړه نمره 72 او ټيټه نمره يې 62 ده د دويمو دفعاتو د وېشنې لوړه نمره 107 او ټيټه نمره يې 25 ده. د لومړۍ وېشنې د نمره پراختيا (وسعت) 11 او د دويمې وېشنې د نمره پراختيا (وسعت) 83 دی. د دې لپاره چې د دفعاتو د وېشنې يو بشپړ انځور مو څرگند کړی وي د مرکزي موقعيت کچې او د نمره يوې خوړېدو ته اړتيا لرو.

د وسطي ارزښت موندل د اعدادو د خوړېدو يا اندازې له پوهېدو پرته نظر هغه ته د لږ علمي مفهوم لرونکي دي. سربېره په اوسطونو ښه ده د تحول او خوړېدو درجه او کچه نظر هغوی ته مطالعه شي.

الته د اعدادو د تحول او خوړېدو (پراگندګۍ) د سنجش ډېرې زياتې لارې شتون لري په عمومي توګه اړوند مقياسونه په دوه گروپونو وېشل کيږي.

- مطلقه انحراف يا خوړېدل (پراگندګي)

- نسبي انحرافونه يا خوړېدل (پراگندګي)

خوړېدل يا مطلقه انحراف د لومړني مقياس په واحد چې په وېشنه کې په کار اچول شوې افاده کيږي، څرنگه چې نسبي انحراف يا خوړېدل معمولاً د نسبتونو يا فيصدي په بڼه څرگنديږي.

په دې څپرکي کې څلور ډوله مطلقه انحراف يا خوړېدل مقياس معرفي کيږي، د انحراف پراختيا (وسعت) نظر کارټيلونو ته، وسطي انحراف او معياري انحراف، وروسته درې ډوله مقياسونه د انحراف ضريب يا نسبي خوړېدو مطالعه کيږي. د انحراف ضريب، د معياري انحراف ضريب او د انحراف ضريب نظر کارټيل ته.

پراختيا: د خوړېدو (پراگندګۍ) ډېره ساده اندازه پراختيا (وسعت) ده، پراختيا د اعدادو په يوه لړۍ کې د لوړې نمرې او ټيټې نمرې ترمنځ له تفاضل يعنې ښه والي څخه عبارت دی، چې په سمبوليکه بڼه په دې ډول ښودل کيږي.

$$R = X_h - X_L$$

په دې رابطه کې R پراختيا (وسعت)، X_N لوړه نمره او X_L ټيټه نمره ښيي. که چېرې د يوې آزمويې نمرې د دفعاتو د وېشنې په بڼه راپور ورکړل شوی وي. په دې صورت کې د نمره پراختيا (وسعت) د ټيټې او لوړې وېشنې ترمنځ له ښه والي (تفاضل) څخه عبارت دی. پراختيا (وسعت) لکه نورې اندازې د واټن خوړېدل ښيي مثلاً پراختيا (وسعت) د 2، 3، 5، 7، 11، 29 او 35 په اعدادو کې عبارت دي له $33=35-2$ څخه. پراختيا (وسعت) په تصنيف

شو اعدادو کې د کوچني ټولګي د ښکته حد او د لوړ ټولګي د پورتنی حد ترمنځ توپیر څخه عبارت دی. د بېلګې په ډول د 142 کورنیو د کلني عاید پراختیا په 1385 کال کې نظر جدول ته له $3.99=69.99-66.0$ څخه عبارت دی یعنې 3.99 افغانۍ دي.

پراختیا (وسعت) نظر لاندې څو دلیلونو ته لږ د استعمال وړ دی.

۱- د پراختیا (وسعت) برخه یواځې په دوه اعظمي او اصغري ارزښت پورې اړوندیږي، چې د اعدادو خورتیا په ښه توګه نه شي توضیح کولای.

۲- د پراختیا (وسعت) ارزښت په زیاتره اعدادو یا په غیر عادي ارزښتونو کې شدیداً متاثره کېږي لکه په دوو لاندې لړیو کې:

3,5,6,7,10,12,15,18

3,8,8,8,99,9,18

د $15=18-3$ پراختیا (وسعت) څرنگه چې لړۍ یې له ځانه لري د بېلابېلو خوږېدلو لرونکې دي.

۱- د پراختیا (وسعت) ارزښت نظر د ټولنې اندازې ته له حده وتلی (فاحش) بدلون پیدا کوي، په پورته یادو شوو دوو لړیو کې که چېرې دوه وروستي یا انتهایي عددونه حذف کړو پراختیا (وسعت) په لومړۍ لړۍ کې $10=15-5$ او په دویمه لړۍ کې $1=9-8$ دي.

د کارتیلونو په نظر انحراف (رېعي انحراف): د درېیمې ربعې د ټکو تر منځ نیمایي توپیر (75%) او د لومړۍ ربعې تر منځ 25% ربعې انحراف دی، که چېرې درېیمه ربع په

Q_3 وښیو باید تعریف $Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$ داسې نه وي او یا دا چې په یوه توزیع یا وېشنه کې د کارتیلونو ترمنځ پراخوالی د دریم او د هغه د لومړي کارتیل ترمنځ له توپیر څخه عبارت دی. د بېلګې په ډول د 142 کورنیو د کلني عاید په وېشنه کې لرو:

$$Q_1 = 67.20 \text{ (لومړی کارتیل)}$$

$$Q_3 = 68.41 \text{ (درېیم کارتیل)}$$

او د کارتیلونو پراخوالی په دې حالت کې عبارت دی له:

$$Q_3 - Q_1 = 68.41 - 67.20 = 1.21 \text{ زر افغانۍ}$$

یعنې که د 50%، 142 کورنیو اړو کلنی وسطي عاید چې د وېشنې په منځ (وسط) کې واقع شوي دي د 1.21 زرو افغانیو په اندازه تحول وکړي. (د 1.21 زره افغانیو په اندازه انحراف شتون لري).

ربعي ټکي د نمره په معيار باندې درې ټکي وي چې د نمره وېشنه يا توزيع په څلورو مساوي برخو ويشي او هره برخه، د نمره د مساوي تعداد لرونکي دي. ربعي ټکي د Q_2 ، Q_3 او Q_1 سمبولونو په مرسته ښودل کېږي چې د 75%، 50% او 25% په ترتيب دي. د Q د محاسبې لپاره لومړی بايد Q_1 او Q_3 محاسبه شي او بيا دې د Q_2 قيمت وټاکل شي. Q_1 او Q_3 کټ مټ لکه 50% او يا Q_2 محاسبه کېدای شي يواځې کوم توپير چې شتون لري هغه دا دی چې په منځنۍ يا ميانه محاسبه کې د $\frac{N}{2}$ پرځای او $\frac{N}{4}$ د Q_1 د محاسبې لپاره او $\frac{3N}{4}$ د Q_3 د محاسبې لپاره په کار اچول کېږي يعنې:

$$Q_1 = L + \frac{\frac{n}{4} - F}{f} . i$$

$$Q_3 = L + \left(\frac{\frac{3n}{4} - F}{f} \right) . i$$

په پورتنی فورمول کې د هماغې طبقې تر ښکتنې حده د دفعاتو وېشنه ده چې ربع د هغه په دنده کې ځای لري. I د طبقې د واټن اندازه ده. F د دفعاتو د جمع حاصل تر هغې طبقې پورې چې ربعي په هغې کې ځای لري او f د طبقې اصلي دفعات دي چې ربعي په هغې کې شتون لري.

وسطي انحراف:

وسطي انحراف يا انحراف نظر اوسط ته څرنگه چې له نوم څخه يې ښکاري د يوې لړۍ د انحراف حسابي اوسط يا د اعدادو مطلقه توپير نظر يو وسطي ارزښت ته لکه له حسابي اوسط يا ميدان څخه عبارت دی. که څه هم په عمل کې حسابي اوسط زياتره د يو وسطي ارزښت په توګه په کار اچول کېږي خو د تيورۍ له پلوه د اعدادو د انحراف مجموع نظر ميدان ته لږه اندازه ده، (البته مطلقه توپير) ښه ده چې په سنجش کې انحراف استعمال شي. په هر حال هغه ډول اوسط چې د وسطي انحراف په سنجش کې په کار اچول کېږي بايد څرګند شي.

وسطي انحراف په تصنيف شوو اعدادو کې په هغه صورت کې چې $\bar{X}$ وسطي ارزښت وي د لاندیني فورمول په مرسته وېشل کېږي.

$$MD = \frac{\sum |X - \bar{X}|}{n} = \frac{\sum |X|}{n} = \frac{\sum |d|}{n}$$

په دې ځای کې MD وسطي انحراف، x د یوې لړۍ یا سلسلې اعداد، $\bar{X}$ حسابي اوسط، n د اعدادو یا کتنو (مشاهداتو) اندازه او d یا $X_1 - \bar{X} = X$ عمودي کرښې (خطوط) مطلقه ارزښت (پرتله له اشارې څخه) افاده کوي. بېلگه: د 2, 3, 6, 8, 11 اعدادو وسطي انحراف پیدا کړئ. لومړی: باید د شمېرو حسابي اوسط سنجش شي:

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n} = \frac{2+3+6+8+11}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

وروسته د اعدادو مطلقه انحراف نظر اوسط ته محاسبه کوو.

$$MD = \frac{|2-6| + |3-6| + |6-6| + |11-6| + |8-6|}{5}$$

$$MD = \frac{14}{5} = 2.8$$

یعنې ورکړل شوي اعداد د 2.8 په اندازه له حسابي اوسط څخه انحراف لري، وسطي انحراف کولای شو نظر میدیان ته هم سنجش کړو:

$$AD = \frac{\sum |X - Med|}{n}$$

مثلاً: په پورته اعدادو کې میدیان 6 دی څرنگه چې $\bar{X} = Med$ په دې مثال کې دواړه ډوله وسطي ارزښت مساوي دي. همدارنگه وسطي انحراف په تصنیف شوو اعدادو کې کولای شو د لاندینيو فورمولونو له جملې څخه د یو فورمول په مرسته سنجش کړو.

$$MD = \frac{\sum f |X - \bar{X}|}{f} = \frac{\sum f |d|}{\sum f}$$

$$MD = \frac{\sum f|X - med|}{\sum f} = \frac{\sum f|d|}{\sum f}$$

په دواړو پورتنیو فورمولونو کې f د ټولګیو فریکونسي، X د ټولګي وسط، $\bar{X}$ او med په ترتیب سره حسابي اوسط او د اړوندې وېشنې میډیان دي. د وسطي انحراف سنجش نسبتاً ساده او عام فهمه دی اما د استعمال موارد یې محدود دي. د وسطي انحراف استعمال د کوچنیو نمونو په اړه په هغه صورت کې چې دقیق او جامع تحلیلونو ته اړتیا نه وي ګټور دي په تصنیف شوو اعدادو او لویو نمونو کې په ندرت سره استعمالیږي.

معیاري انحراف یا استندرد انحراف:

معیاري انحراف د نمره د خوړېدنې (پراګندګۍ) د درجې له ډېرو مهمو او استعمال شوو مشخص کوونکو څخه دی چې په خپلواکه توګه د ټولګي (جمعیت) خوړېدنه (پراګندګۍ) د نمونې د خوړېدنې له پوهې څخه دا چې له هغه څخه ټولګي (جمعیت) غوره کړل شوی دی را ایستلای شي.

معیاري انحراف د بل مهم مقیاس مربع جذر یعنې وریانس څخه عبارت دي او یا معیاري انحراف د انحرافاتو مربع جذر دی.

معیاري انحراف او وریانس په یو سلسله اعدادو کې د لاندې فورمولونو په مرسته سنجش کېږي.

$$G^2 = \frac{\sum (X - \bar{X})^2}{n}$$

$$G^2 = \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{X})^2}{n}}$$

په دې فورمول کې G (د یونان د ژبې کوچنی توری د سیګما په نوم) معیاري انحراف او G^2 واریانس افاده کوي، د بېلګې په ډول د 2,3,6,8,11 اعدادو واریانس او معیاري انحراف په لاندې ډول لاسته راځي.

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n} = \frac{30}{5} = 6$$

$$G^2 = \frac{(2-6)^2 + (3-6)^2 + (6-6)^2 + (11-6)^2 + (8-6)^2}{5} = \frac{54}{5} = 10.8$$

$$G = \sqrt{G^2} = \sqrt{10.8} = 3.29$$

دويمه بېلگه: په يوه صنفی آزمويڼه کې زده کوونکو لاندې نمرې لاسته راوړي دي.

4,6,8,10,12

د دغو نمرو د معیاري انحراف محاسبه څرګنده ده، د نوموړو نمرو انحرافي محاسبه په لاندیني جدول کې ښودل شوې ده.

X	X=X-X ²	X ²	$\bar{X} = \frac{40}{5} = 8$
12	12-8=4	16	
10	2	4	
8	0	0	
6	-2	4	
4	-4	16	
$\Sigma X=40$	$\Sigma X=0$	$\Sigma X^2=40$	

که چېرې د ΣX^2 او N قیمتونه د معیاري انحراف په فورمول کې وضع کړو نو وبه لرو.

$$S = \sqrt{\frac{\sum X^2}{N}}$$

$$S = \sqrt{\frac{40}{5}} = \sqrt{8} = 2.814$$

د تصنیف شوو اعدادو معیاري انحراف هم کولای شو په څو لارو سنجش کړو په هغه صورت کې چې د ټولګي وسط او اړوندې فریکونسي ګانې په کار واچوو، کولای شو له لاندیني فورمول څخه استفاده وکړو.

$$G = \sqrt{\frac{\sum f(X - \bar{X})}{\sum f}}$$

په دې ځای کې f فریکونسي، X د ټولګي وسط او $\bar{X}$ د اړوندې وېشنې حسابي اوسط دی، $d = X - \bar{X}$ وضع شوی دی.

که چېرې د اعدادو انحراف د A د یو فرضي اوسط په توګه وسنډول شي یعنې $d = X - A$ وي نو و به لرو.

او که انحراف د ټولګیو د موقعیت په نظر یعنې د ټولګي د واټن په واحدونو څرګند کړو د ټولګیو د ګډ واټن په صورت کې لیکو چې:

$$G = \sqrt{\frac{\sum fd'^2}{\sum f} - \left(\frac{\sum fd'}{\sum f} \right)^2}$$

په دې ځای کې d د ټولګي د واحد واټن په نظر انحراف او C د ټولګیو ګډ واټن دی. پورتنی فورمول د تصنیف شوو اعدادو د معیاري انحراف د موندلو لنډه او اغېزمنه لار ده. په لاندیني جدول کې د 142 کورنیو اړو د کلني عاید په وېشنه کې پورتنی فورمول د ټولګي د واټن په واحدونو په لنډه طریقه تطبیق کړو.

کلني وسطي عاید	فریکونسي	d	Fd	Fd^2
زر افغانۍ	f			
66.00-66.49	11	3	33	99
66.50-66.99	15	2	30	60
67.00-67.49	24	1	24	24
67.50-67.99	40	0	0	0
68.00-68.49	20	1	20	20
68.50-68.99	14	2	28	56
69.00-69.49	11	3	33	99
69.50-69.99	7	4	28	112
مجموع	142		22	470

$$G = C \cdot \sqrt{\frac{fd'^2}{f} - \left(\frac{fd'}{f} \right)^2}$$

$$= 0.5 \cdot \sqrt{\frac{470}{142} - \left(\frac{22}{142} \right)^2} \Rightarrow 0.5(1.81) - 0.15$$

$$(زر افغانۍ) = 0.83$$

نسبي انحراف: کولای شو دوه یا زیاتې لړۍ (سلسلې) د اړوندو لړیو د اعدادو د خوږېدنې (پراگندګۍ) د څرنگوالي د پوهېدو په غرض چې د پوره یا تقریباً ورته اوسطونو لرونکي وي پرتله (مقایسه) کړو، په ځینو حالاتو کې بېلا بېلې وېشنې بېل یا متفاوت اوسطونه لري او یا په بېلا بېلو واحدونو باندې څرګندېږي. په دې حالت کې د هغوی د معیاري انحراف پرتله نا ممکنه وي د بېلګې په ډول د طب د ډاکټرانو د کلني عاید د وېشنې معیاري انحراف 1500 افغانۍ او د پوهنتون د استادانو 1000 افغانۍ وي په دې به دلالت ونه کړي چې انحراف د طب د ډاکټرانو په عاید کې د 150 سلنې په اندازې، انحراف د پوهنتون د استادانو په کلني عاید کې وي یواځې په هغه حالت کې کولای شو تعبیر کړو چې په دواړو گروپونو کې د کلني عاید اوسط مساوي وي. که د لومړني گروپ د کلني عاید اوسط مثلاً 75000 او د دویمې 36000 وي د استادانو په عاید کې نسبي انحراف نظر د طب د ډاکټرانو عاید ته زیات دی. په حقیقت کې د انحراف د دوو مطلقه ارزښتونو په منځ کې توپیر له متفاوته اوسطونو سره په یواځیتوب (تنبه‌ای) سره د پرتلنې اساس نه شي کېدای. د مقیاسونو په دې حالت کې باید مطلقه انحراف په نسبي انحراف تبدیل شي، تر څو د اړوندو وېشنو د پرتلنې امکان میسر شي.

په دې ځای کې درې ډوله د نسبي انحراف مقیاس مطالعه کيږي.

د انحراف ضریب - د وسطي انحراف ضریب - د کارټیلونو د انحراف ضریب

د نسبي انحراف له مقیاسونو څخه یو مقیاس چې په عمل کې زیات په کار اچول کيږي د نسبي انحراف ضریب دی، دا ضریب معمولاً په V افاده کيږي او پر حسابي اوسط باندې د معیاري انحراف له نسبت څخه عبارت دی یعنې:

$$V = \frac{\text{معیاري انحراف}}{\text{حسابي اوسط}} = \frac{G}{X}$$

بیلګه: د طب د ډاکټرانو او د پوهنتون د استادانو د کلني عاید په اړه د انحراف ضریبونه عبارت دي له:

$$V_1 = \frac{1500}{75000} = 0.02 \text{ یا } 2\%$$

$$V_2 = \frac{1000}{36000} = 0.028 \text{ یا } 2.8\%$$

د بلې خورېدنې نسبي مقياس چې ډېر زيات معمول دی د وسطي انحراف د ضريب په نوم يادېږي چې لاندې په V_a باندې اعاده شوی دی چې پر حسابي اوسط باندې له وسطي انحراف څخه عبارت دی.

$$V_a = \frac{\text{وسطي انحراف}}{\text{حسابي اوسط}} = \frac{MD}{\bar{X}}$$

په يوه وېشنه کې د $\bar{X}$ حسابي اوسط او د MD وسطي انحراف د هغو طريقو په اساس چې مخکې مطالعه شوي پيدا کړو. د (V_a) د وسطي انحراف ضريب هم په هغوی کې وېشو او په نسبت يا معمولاً په فيصدي يې څرگندوو د بېلګې په ډول په 11,8,6,3,2 پنځو عددونو کې څرنگه چې مو مخکې وليدل.

$$\bar{X} = 6$$

$$MD=2.8$$

د وسطي انحراف ضريب: په دې اعدادو کې عبارت دي له:

$$V_a = \frac{MD}{\bar{X}} = \frac{2.8}{6} = 0.0466 \text{ يا } 46.6\%$$

دانحراف ضريب نظر کارټيلونو ته چې لاندې په V_q باندې افاده شوی د هغوی په مجموعې باندې د دريم کارټيل او لومړي کارټيل د توپير له نسبت څخه عبارت دی يعنې:

$$V_q = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

د بېلګې په ډول د 142 کورنيوارو وسطي کلني عايد په وېشنه کې.

$$Q_3=68.41$$

$$Q_1=67.21$$

$$V_q = \frac{68.41 - 67.21}{68.41 + 67.21} = \frac{1.20}{135.62} = 0.009 = 0.9\%$$

په لنډه توګه بايد ووايو چې دوه يا زياتې وېشنې د انحراف او خورېدنې له پلوه يواځې

هغه وخت پرتله کولای شو چې د کټ مټ اوسط یا تقریباً د کټ مټ اوسط لرونکی وي او په ورته (مشابه) واحد باندې افاده شوی وي پرته له دې باید د نسبي انحراف مقیاسونه په کار واچول شي.

د وېشنو د پرتلنې (مقایسې) پر وخت باید خپله مقیاس په کار واچول شي او نشو کولای V یوه وېشنه یا V_a او V_q له بلې وېشنې سره پرتله کړو.

د پنځم څپرکی دمطالبو لنډیز

$$\frac{\sum |X - \bar{X}|}{n} = \frac{\sum |X|}{n} = \frac{\sum |d|}{n}$$

معیاري انحراف (ستندرد انحراف): معیاري انحراف د بل مهم مقیاس مربع جذر یعنې وریانس څخه عبارت دي او یا معیاري انحراف د انحرافاتو مربع جذر دی.

$$G = \sqrt{\frac{(X - \bar{X})^2}{n}}$$

$$G^2 = \frac{\sum (X - \bar{X})^2}{n}$$

نسبي انحراف: د نسبي انحراف ضریب درې ډوله مقیاسونه په لاندې ډول دي:

۱- د نسبي انحراف ضریب: پر حسابي اوسط باندې د نسبي انحراف له نسبت څخه عبارت دی.

$$V_q = \frac{\text{نسبي انحراف (معیاري)}}{\text{حسابي اوسط}} = \frac{G}{\bar{X}}$$

۲- د وسطي انحرافي ضریب: پر حسابي اوسط باندې له وسطي انحراف څخه عبارت دی.

$$V_{\text{ش}} = \frac{\text{وسطي انحراف}}{\text{حسابي اوسط}} = \frac{MD}{\bar{X}}$$

۳- د انحراف ضریب نظر کارتیلونو ته: د هغوی په مجموع باندې د دریم کارتیل او لومړي کارتیل د توپیر له نسبت څخه عبارت دی.

$$V_q = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

د پنځم څپرکي پوښتنې

- ۱- نسبي مطلقه انحراف څه شی دی او په څو ډوله سنجش کېږي؟
- ۲- د نسبي انحراف ضریب په څو ډوله دی، هر یو یې له فورمول سره واضح کړئ؟
- ۳- انحراف یا خورېدل په یو لړۍ (سلسله) اعدادو کې څه مفهوم لري واضح یې کړئ؟
- ۴- معیاري انحراف تعریف کړئ او په څو طریقو سنجش کېږي؟
- ۵- انحراف نظر کارټیلونو ته واضح کړئ؟
- ۶- د وسطي انحراف فورمول په تصنیف شوو اعدادو کې په هغه صورت کې چې $\bar{X}$ وسطي ارزښت وي، ولیکئ؟

احتمالات

مقدمه

پر امکاناتو، يقين او باور نه لرل هغه مفاهيم دي چې انسانان تل له هغه سره سر او کار لري او هر انسان د خپل د راتلونکي او پېښو (حوادثو) او اتفاقاتو په اړه چې د هغه په چاپېريال کې به ورپېښ شي، ذهن کې اندېښنې او فکرونه لري.

نو ځکه د احتمال مفهوم او د هغه په کار اچونه په ورځنيو اجراتو کې د بشریت له تاريخ او تمدن سره تړاو لري او له احتمال څخه د گټې اخيستلو يو له مواردو څخه په لوبو کې دی او له دې چې لوبې (3500) کاله مخکې له ميلاده سابقه لري او د هماغه يوځايي لوبو له پيل څخه د بري او ناکامي له احتمال څخه يو لوري ته خبرې شوي او همدارنگه د لرغوني يونان د ستر پوه ارسطو په ليکنو کې د احتمال کلمه استعمال شوې ده.

خو د احتمال تيوري په ننۍ بڼه د پاسکال او فرما له کارونو څخه پيل شوې ده، څرنگه چې پاسکال د ترکيباتو د تيوري د لومړنيو اصولو (ترکيبي آناليز) بنسټ کېښود او د فرما په مرسته يې هغې ته پراختيا ورکړه او د احتمالاتو په مسايلو کې يې په ضمني توگه په کار واچاوه. وروسته دا ډگر د قدر وړ علماوو لکه کاردان، گاليله، چيشيف، برنولي او لاپلاس له لوري اندازه شوي دي. د احتمال د تيوري تطبيق د کلموگروف په مرسته د احتمال د تيوري په نوم په کال 1933 کې بشپړ شوې چې د احصايې د علماوو د منلو وړ وگرځېد.

د نن ورځې د احتمال تيوري په ډېرو مسلکي او تخصصي څانگو کې لکه انجنيري، منجمنت او د نفوس په شمېرنه کې د استعمال موارد لري چې د موضوع د اهميت پر اساس احتمال د تخنيکي او مسلکي زده کړو د بېلا بېلو څانگو په تعليمي پلانونو کې لکه د کمپيوټر تکنالوژي او هم د ادارې او حسابداریۍ انستيتوت په موجوده څانگو کې شاملې دي.

د دې برخې د تدوين او ټولونې موخه د اړينو او لازمو معلوماتو او اطلاعاتو رسول هغو محصلينو ته دي چې د دولسم ټولگي له فراغت څخه وروسته د ادارې او منجمنت په برخه کې يو دوه کلنه تعليمي دوره تېروي، تر څو وکولای شي د يو منيجر او د اداري امورو د فعال کارمند په توگه په دولتي او خصوصي برخو کې دنده تر سره کړي.

دا يو څرگند حقيقت دی چې دا اداري کارمند او منيجر د وخت له غوښتنو او هوکړو سره سم مکلف دي تر څو د ارقامو په ټولونه او تدوين کې د احصايې د بشپړولو او يا د پراختيايي (انکشاف) پلانونو د طرحې لپاره ځانگړې دندې سرته رسوي او د کارونو وروستي پرمختگونه او تکاملي لارې د ورځنيو دندو د سرته رسولو پر وخت په پام کې لري چې دغو موخو ته رسېدل په مسلمه او قطعي توگه د احتمالاتو د عمومي تيورۍ په زده کړه او د هغه په تطبيق باندې مکلف دي.

څرگنده ده چې د احتمالاتو په تيوري کې يو پراخ مبحث او زيات شمېر موضوع گانې او مطلبونه شامل دي چې په دې لنډيز کې د ټاکل شوو ساعتونو په پام کې نيولو سره به د ټولو يا لږو مطلبونو تشرېح او توضيح کول نا ممکنه وي، نو ځکه هڅه شوې ده تر څو هرڅه چې زيات او له ټولو څخه اړين وي او د ادارې او منجمنت د څانگو محصلينو لپاره گټور دي په موجوده پروگرام کې شامل شي.

د دې برخې عمومي موخه :

د اداري کارکوونکو له خوا د احتمالاتو د تيوري تطبيق په اقتصادي او ټولنيزو اتفاقاتو کې.

د احتمالاتو مفاهيم

ټوليزه موخه:

د احتمالاتو د موخو او مفاهيمو تعريف او توضيح.

د زده کړې موخې: د دې څپرکي په پای کې له محصلينو څخه هيله کېږي ترڅو:

- د پديدو احتمالات توضيح کړي.
- د پديدو ډولونه توضيح کړي.
- تصادفي او قطعي احتمالات دې تفکيک کړي.
- تصادفي تجربې دې توضيح کړي.
- په احتمالاتو کې دې ځينې مهم او اساسي مفاهيم توضيح کړي.

د احتمال کلمه په عاميانه ژبه کې د گمان او اټکل ښکاره کول او غالباً د ممکن په معنا په کار وړل کېږي او نظري او غير عملي اړخ لري، لکه نن امکان لري يا احتمال د دې دی چې باران و اوري او يا د ارجنتاين د ټيم لپاره د بري چانس د فوټبال په نړيوالو مسابقاتو کې ۸۰٪ دی.

خو په علمي ژبه کې د احتمال کلمه د رياضي په خاصه معنا کارول شوې ده چې د هغې معنا د يوې اتفاقي تجربې د يوې ځانگړې پايلې د ښکارېدو يا نه ښکارېدو د ډاډ يا اطمینان درجه ده. د احتمال رياضيکي مفهوم د هغه د عاميانه مفهوم برعکس يو کميتي مفهوم دی چې د اعدادو او ارقامو په مرسته افاده شوی او د معاصرو رياضياتو له میتودونو څخه په استفادې د تشخيص او ارزونې وړ ده او د ډاډ او اطمینان درجه د اتفاقي تجربو د پایلو

له ښکارېدو یا نه ښکارېدو څخه معمولاً د فیصدۍ په ارقامو، عام کسر او یا اعشاري کسر باندې ښودل کېږي. د پېښو (اتفاقاتو) تجربو د څرګندو شوو ارقامو پایلې تل دوه لاندې مشخصې لري.

۱- د یوې اتفاقي تجربې له ممکنه پایلو څخه د یوې پایلې د ښکارېدو یا نه ښکارېدو احتمال باید له صفر څخه لوی او له یو څخه کوچنی وي.

۲- د یوې اتفاقي تجربې له ممکنه پایلو څخه د یوې پایلې د ښکارېدو احتمال او یا نه ښکارېدو احتمال باید له یوه سره مساوي وي.

که:

(A) د یوې اتفاقي تجربې له ممکنه پایلو څخه یوه پایله وي.

$P(A)$ د A د پایلې د ښکارېدو احتمال وي.

$P(\bar{A})$ د A د پایلې د نه ښکارېدو احتمال وي.

نو

$$1) \quad 0 \leq P(A) \leq 1$$

$$2) \quad P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

که چېرې د A د پایلې د ښکارېدو چانس او یا نه ښکارېدو چانس له یو بل سره مساوي وي، نو کولای شو د A د پایلې د ښکارېدو او یا نه ښکارېدو احتمال په کمیتي توګه په لاندې ډول افاده کړو:

$$P(A) = P(\bar{A})$$

$$P(A) = P(\bar{A}) = \frac{1}{2} = 0.5 = 50\%$$

له پورته مطلب څخه نتیجه اخیستل کېږي که چېرې د پېښو (اتفاقاتو) د ښکارېدو او یا نه ښکارېدو لپاره مساعد او نامساعد حالات شتون ولري، نو په دې اساس د دې پېښو (اتفاقاتو) له پېښېدو څخه هر یو نامساعده حالت و نه لري د هغه د مساعد والي احتمال (۱) دی او که حادثه مساعد حالت و نه لري د حادثې د مساعد والي احتمال صفر دی.

بېلګه: که چېرې په یوه قطي کې 10 سپینې مری، 5 تورې مری، او 3 سرې مری موجودې وي او یوه مری په اتفاقي توګه له قطي څخه وباسو.

$$\text{الف- د تورې مړۍ احتمال } P(B) = \frac{5}{18}$$

$$\text{ب- د سرې مړۍ احتمال } P(R) = \frac{3}{18}$$

$$\text{ج- د سپينې مړۍ احتمال } P(W) = \frac{10}{18}$$

$$\text{د- د شنې مړۍ احتمال } P(G) = \frac{0}{18}$$

د احتمال احصائيوي او کلاسيک مفاهيم د هغه له رياضيکي مفهوم سره فرق کوي څرنګه چې:

۱- که چېرې د A د يوې اتفاقي پېښې د ښکارېدو احتمال په $P(A)$ ، د A د اتفاقي پېښې د مساعدو پايلو تعداد په $N(A)$ او د A د اتفاقي پېښې د ممکنه پايلو تعداد په $N(S)$ وښيو، نو کولای شو د احتمال کلاسيک مفهوم د لاندې فورمول په مرسته څرګند کړو.

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(S)}$$

له دې فرضيې سره سم که چېرې يو ټولګی (جمعيت) تر احصائيوي مطالعې لاندې راځي بايد محد ود وي او د اتفاقي تجربو له پايلو څخه هر يو بايد د ښکارېدو مساوي چانس ولري او اما له دې چې:

۲- په زياتره وختونو کې هغه ټولګي (جمعيتونه) چې تر احصائيوي مطالعې لاندې راځي د هغوی د عناصرو تعداد غير محدود او يا ډېر زيات وي، نو ځکه د ټولګي (جمعيت) د جوړو شوو عناصرو د ښکارېدو قواعد غير ممکن وي او پوره معلومات د هغه د ښکارېدو يا نه ښکارېدو په اړه په واک يا اختيار کې نه وي چې د يوې اتفاقي پېښې د ښکارېدو يا نه ښکارېدو دا رنګه حالات د هغه د کلاسيک په مفهوم توضيح کېدلای نه شي. د A د اتفاقي پېښې د ښکارېدو يا نه ښکارېدو احتمال په دې حالت کې د نسبي فريکونسي په مرسته تشخيص کېږي. که د A د اتفاقي پېښې مطلقه فريکونسي په $F(n)$ او د A د اتفاقي پېښې نسبي فريکونسي په $F(A)$ څرګنده کړو. نو کولای شو د A د اتفاقي پېښې نسبي فريکونسي د رياضي له پلوه په لاندې ډول افاده کړو.

$$F(A) = \frac{F(A)}{n}$$

که چېرې د n نمونې حجم ورو ورو لوی شي او په پای کې لایتناهي ته نږدې شي، د A د اتفاقي پېښې نسبي فریکونسي ورو ورو یو سرحدي ارزښت ته نږدې کیږي چې که هغه د A د اتفاقي پېښې د ښکارېدو احتمال یو اټکلي ارزښت ومنو په لاندې ډول یې افاده کوو.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} F(A) = \frac{F(A)}{n} = P(A)$$

پورتنی فورمول د احتمال اقتصادي مفهوم توضیح کوي.

بېلګه: د ادارې او حسابدارۍ انستیتوت په یوه ټولګي کې 100 تنه محصلین دي، که 60 تنه نجونې او پاتې نور هلکان وي او یو تحصیلي بورس دې ټولګي ته ورکړل شوی وي او یو تن محصل په اتفاقي توګه نوموړي بورس ته معرفي شي څومره احتمال لري چې:

الف- په دې بورس کې یوه نجلۍ کانډیده شي.

ب- یوه نجلۍ په دې بورس کې کانډیده نه شي.

ج- د ټولګي اول نمره دې په دې بورس کې کانډید شي.

حل : د احتمال د کلاسیک مفهوم سره سم موږ لرو:

الف-

$$\left. \begin{array}{l} N(S) \\ N(A) \\ N(B) \\ N(A) \end{array} \right\} \Rightarrow P(B) = \frac{N(B)}{N(S)} = \frac{60}{100} = 0.6 = 60\%$$

$$P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0.6 = 0.4 = 40\%$$

ب-

$$N(A_1) = \frac{N(A_1)}{N(S)} = \frac{1}{100} = 0.01 = 1\%$$

ج-

بېلګه: یوې فابریکې د برق سامان او لوازم تولید کړی او وړاندې له دې چې تولیدات یې بازار ته وړاندې شي، د تخنیکي کیفیت له پلوه تر احصائیوي آزمایشت لاندې راځي.

یوه نمونه د 1200 سایزو په واحد د تصدی له ورځنیو تولیداتو څخه په اتفاقي توګه پورته شوي، داسې ښيي چې 1100 واحد یې له نمونې سره سم او 100 واحد یې د ټاکل شوي نورم سره سم نه دي. په تولیداتو کې له نورم سره سم 200 واحد یې لومړۍ درجه تولیدات، 300 واحد یې دویمه درجه تولیدات او پاتې نور یې دریمه درجه تولیدات دی که چېرې یو واحد په اتفاقي توګه پورته شي او تر احصائیوي کتنې (مشاهدې) لاندې راشي څومره احتمال لري چې:

الف- تولید له نورم سره سم ښکاره شي.

ب- نمونه له تولیداتو سره د نورم په خلاف پېښېږي.

ج- اخیستل شوی واحد د لومړۍ درجې تولیداتو څخه وي.

د- نمونه په دویمه درجه تولیداتو باندې پېښ شي.

ه- نمونه په دریمه درجه تولیداتو باندې پېښ شي.

حل:

$$n=1200$$

$$F(A)=1100$$

$$F(A_2)=100$$

$$F(A_1)=200, F(A_2)=300$$

$$F(A_3)=600$$

$$F(A)=\frac{F(A)}{n} \quad \text{حل: عمومي فورمول}$$

$$F(A)=\frac{1100}{1200}=0.91=91\% \quad \text{الف-}$$

$$F(A_2)=\frac{100}{1200}=0.09=9\% \quad \text{ب-}$$

$$F(A_1)=\frac{200}{1200}=0.16=16\% \quad \text{ج-}$$

$$F(A_2)=\frac{300}{1200}=0.25=25\% \quad \text{د-}$$

$$F(A_3)=\frac{600}{1200}=0.5=50\% \quad \text{ه-}$$

تصادفي تجربه: د ځينو تجربو پايلې له مخکې څخه په پوره ډول په گوته شوي وي، مثلاً کله چې يوه ډبره وغورځوو دا ډبره په ځمکه لويږي او يا که يوه اندازه اوبو ته حرارت ورکړو، کله چې د اوبو د حرارت درجه د سانتي گرېد سلو درجو ته ورسېږي اوبه په بخار بدلېږي خو د دې په وړاندې نورې تجربې شتون لري چې، موږ نه شو کولای د هغوی پايلې مخکې له مخکې په دقت سره وټاکو او يواځې له تجربې وروسته د هغوی پايله په گوته کېږي او دا ډول تجربو ته تصادفي تجربې وايي، لکه:

۱- که چېرې د پيسو يوه سکه هوا لور ته واچوو دا سکه د ښکته کېدو پر وخت پر مخ يا پر شا (شېر او خط) کېښي. په بل عبارت د سکې په غورځولو کې امکان لري دوې نتيجه لاسته راشي شېر يا خط چې دا مطلب يواځې وروسته د سکې له ناستې څخه د سطحې پرمخ کولای شو ووايو چې سکه پر مخ ناسته ده او يا په شا، نو ځکه ويلای شو چې: د تصادفي تجربو مطالعه چې ممکنه نتايج ښيي، د احتمالاتو د تيوري د بنسټ په اندازې پېژندل شوې ده او همدارنگه د مطلب د ساده کېدو لپاره فرض کېږي چې، د لاسته راغلو پايلو تعداد به د متناهي (محدودو) تصادفي تجربو څخه وي.

نمونه يي فضاء: که چېرې $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ له يوې تصادفي تجربې څخه ممکنې پايلې وي.

$$S = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_n) \text{ Set}$$

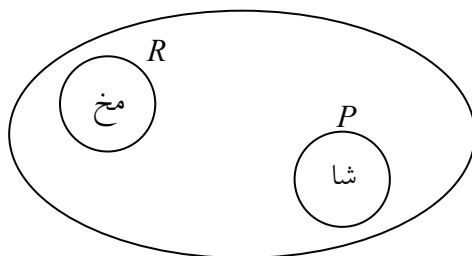
نوم او نمونه يي فضاء لوستل کېږي، له S څخه هر عنصر له نمونه يي فضاء څخه يو ټکی ياځای نومول کېږي د بېلگې په ډول:

بېلگه: يوه سکه هوا ته اچول کېږي. دا سکه په ښکته راتلو کې د (R) پر مخ يا د (P) پر شا کېښي، مجموعه: $S = \{P, R\}$

ټولې ممکنې مجموعې چې دا تجربه ښيي د تصادفي تجربې د نمونه يي فضاء په نوم نومول کېږي او د R او P له عناصرو څخه هر يو د نمونه يي فضاء د يو ټکي په نوم لوستل کېږي.

نوټ: يو متناهي ست د حقيقي اعدادو د انټروالونو په بڼه، د تړلې نمونې د هندسي احجامو او اشکالو د نمونې فضاء جوړوي.

بېلگه: يو مکعب چې شپږ مخه لري د ناستې پر وخت به له يوه څخه تر شپږ مخه ولري.



SET: $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ چې د دې تجربې ټولې ممکنې نتيجې ښيي د دې تجربې د نمونه يي فضاء په نوم لوستل کيږي. دا مجموعه شپږ عنصره لري
تصادفي پېښه (پېش امد): څرنگه چې مخکې مو وليدل د يو مکعب په تويدو سره د نمونه يي فضاء برابره ده له:

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

که چېرې په دې تجربه کې له دوو اړخونو څخه د يوه پر مخ کېدل چې د هغې پر مخ جفت عدد ليکل شوی وي. زموږ مطلوب وي د $A = \{2, 4, 6\}$ مجموعه چې د مطلوب ټولې پايلې ښيي د يوې تصادفي پېښې (پېش امد) په نوم لوستل کيږي څرنگه چې:

$$A \subset S$$

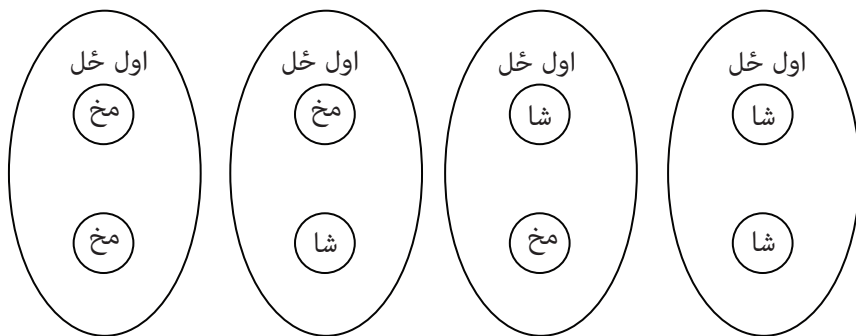
نو ويلای شو چې هر فرعي ست له نمونه يي فضاء څخه يوه پېښه (پېش امد) ده. په بل عبارت، که چېرې S د تصادفي تجربې د نمونه يي فضاء وي، A يوه تصادفي پېښه (پېش امد) لوستل کيږي يواځې او يواځې. $A \subset S$

تعريف: په يوه تصادفي تجربه کې د فرعي ست تصادفي پېښه (پېش امد) عبارت د هغې تجربې له نمونه يي فضاء څخه ده. په بل عبارت، که چېرې S د تصادفي تجربې د نمونه يي فضاء وي، A يوه تصادفي پېښه (پېش امد) لوستل کيږي، يواځې او يواځې $A \subset S$ او همدارنگه ويلای شو چې:

که له يوې تصادفي تجربې څخه يوه پېښه (پېش امد) ټاکل شوی وي، د دې تجربې په هر ځل سرته رسولو سره ويل کيږي چې د A پېښه واقع شوې ده کله چې نتيجه لاسته راغله د A غړی (عضو) دې وي.

لکه: يوه سکه دوه ځله هوا ته اچول کيږي، نمونه يي فضاء او تصادفي پېښه (پېش امد) چې د مخ ښکارېدل په دوه واړه اچولو کې يا د شا ښکارېدل په دوه واړه اچولو کې عبارت دي وليکئ.

حل: دا سکې د ناستې په وخت کې له دې ښو څخه به يوې ښې ته مخ ولري.



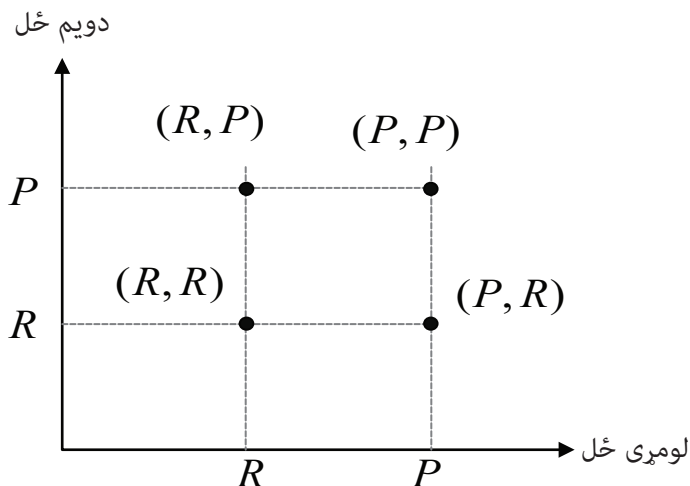
که چېرې د سکې د مخې د راتگ نتیجه په R او د شا د راتگ نتیجه په P وښیو. د پایلو مجموعه د هر ځل اچولو لپاره برابره ده له:

$$A = \{R, P\}$$

هغه څه ته په پام سره د ډیکارتي په حاصل ضرب کې د A یوه مجموعه په خپله دې کې ویل شوې ده بېلا بېل حالات چې سکه په دوه ځله کې ممکنه ده له یو بل سره پر ځمکه کښیني او یا په بل عبارت د دې تجربې نمونه یي فضاء برابره ده له:

$$S = \{(R, R), (R, P), (P, R), (P, P)\}$$

د نمونه یي فضاء د لاسته راوړلو لپاره کولای شو د قایم د مختصاتو له سیستم څخه هم استفاده وکړو.



په دې تجربه کې د A تصادفي پېښه (پېش امد) يعنې دوه ځله په مخ راتگ يا دوه ځله په شا راتگ عبارت دی له:

د A پېښه د S له نمونه يي فضاء څخه فرعي ست دی چې په پورته بڼه کې ښودل شوې ده.

احتمال: له مخکينيو توضيحاتو سره سم اوس کولای شو احتمال په دقيقه او مشخصه توگه تعريف کړو. که چېرې تصادفي پېښې ته کوم عدد نسبت ورکړل شي او د هغه په مرسته د هغې پېښې د پېښيدو چانس وښو، لومړی فرض کيږي چې د نمونه يي فضاء د عناصرو تعداد متناهي وي او همدارنگه دا عناصر بېل وي او د نمونه يي فضاء د ټولو عناصرو د ښکارېدو چانس برابر وي. د بېلگې په ډول:

۱- د يوې سالمې سکې په اچولو سره نمونه يي فضاء عبارت ده له:

$$S = \{R, P\}$$

د دې نمونه يي فضاء د عناصرو تعداد متناهي دی او مساوي په ۲ دی له بل پلوه دا عناصر بېل دي او د دې عناصرو د ښکارېدو چانس له يو بل سره مساوي وي او د نمونه يي فضاء د ټولو عناصرو د ښکارېدو چانس برابر وي. د بېلگې په ډول:

۱- د يوې سالمې سکې په اچولو سره نمونه يي فضاء عبارت ده له:

$$S = \{R, P\}$$

د دې نمونه يي فضاء د عناصرو تعداد متناهي دی او مساوي په ۲ دی له بل پلوه دا عناصر بېل دي او د دې عناصرو د ښکارېدو چانس له يو بل سره مساوي وي.

۱- د يوه سالم مکعب په اچولو کې نمونه يي فضاء شپږ غړي لري.

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

او له عناصرو څخه د هر يو عنصر د ښکارېدو چانس مساوي دی.

د نمونه يي فضاء او د تصادفي پېښو د مفهوم په څرگندېدو سره کولای شو احتمال تعريف کړو.

تعريف: که د نمونه يي فضاء د عناصرو تعداد محدود وي او د دې عناصرو د ښکارېدو چانس مساوي وي د هرې تصادفي پېښې احتمال لکه A چې په $P(A)$ سره ښودل کيږي مساوی دی په:

$$P(A) = \frac{\text{د عناصرو شمېر } A}{\text{د عناصرو شمېر } S} = \frac{n(A)}{n(S)}$$

(د هرې پېښې د پېښېدو احتمال) $P(A)$

څرنګه چې $0 \leq n(A) \leq n(S)$

او $0 \leq P(A) \leq 1$ وي به.

یعنې د هرې پېښې احتمال د صفر او یوه ترمنځ عدد دی یا په بل عبارت:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

د مساعده حالتونو تعداد
د ممکنه حالتونو تعداد

(د A د پېښې د پېښېدو احتمال)

بېلګه: یو مکعب یو ځل غورځوو که د B پېښه (پېش امد) د طاق عدد له ښکارېدو څخه عبارت وي موږ لرو:

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$B = \{1, 2, 5\}$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

بېلګه: د $\{a, b, c\}$ د مجموعې ټول درې توریز ترکیبات دې د بېلا بېلو کارتونو پر مخ ولیکل شي، داسې چې هر یو ترکیب د یو کارت پر مخ وي له ګډولو ورسته، یو کارت د قرعې په توګه پورته کوو. احتمال د دې چې د b توری د دې کارت پرمخ وي څه دی.

حل: د $\{a, b, c, d\}$ د مجموعې درې توریز ترکیبات عبارت دي له:

$$S = \{abc, acd, abd, bcd\}$$

که چېرې A مطلوبه پېښه (پېش امد) وي موږ لرو:

$$A = \{abc, abd, bcd\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{4}$$

په پایله کې احتمال یې برابر دی له

د لومړي څپرکي د مطالبو لنډيز

د احتمال کلمه د یوې اتفاقي تجربې د ښکارېدو یا نه ښکارېدو د ډاډ د درجې په معنا ده او احتمال په مطابقت کې د کمياتو او مشخصه اعدادو په مرسته د معاصره رياضياتو په فورمولونو سره څرگندولای شو.

څرنګه چې د یوې ممکنه نتيجې د ښکارېدو یا نه ښکارېدو احتمال تل له صفر څخه لوی او له یوه څخه کوچنی وي. په واقعیت کې د مساعده او نا مساعده حالاتو د اتفاقاتو د پېښېدو امر د احتمال (probability) په نوم یادېږي. د کلاسیک له مفاهیمو سره سم احتمال د ممکنه نتایجو پر تعداد باندې له مساعدو نتایجو او تعداد څخه عبارت دی یعنې

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(S)}$$

خو احتمال له احصائیوي مفهوم سره سم، د یوې حادثې نسبي فریکونسي مساوي کېږي د حادثې د مطلقه فریکونسي د دفعاتو له تعداد سره.

د احتمالاتو په تیوري کې د قطعي او ثابتو پدیدو او تصادفي پدیدو له مفاهیمو سره مخامخ کېږو، که چېرې د هرې حادثې نتيجې له مخکې څخه معلومې وي د قطعي پدېدو په نوم یادېږي او که د یوې حادثې د تجربې نتيجې له مخکې څخه معلومې نه وي د پدیدې یا تصادفي تجربې په نوم یادېږي.

د تصادفي تجربو مطالعه د احتمالاتو د تیوري بنسټ جوړوي. د یوې تجربې له نتایجو څخه مجموعه (ست) د نمونې د فضاء په نوم یادېږي. څرنګه چې د یوې نمونې د فضاء هر فرعي ست د یوې تصادفي پېښې (پېش امد) ښکارندوی دی.

د لومړي څپرکي پوښتنې

- ۱- د لوبو یو درجن قطعې په نظر کې نیسو چې (52) پاڼې ولري. که د خښتې رنګ A ونوموو په اتفاقي توګه د یوې پاڼې د انتخابولو په اثر د (A) ښکاره کېدل عبارت دي له:
 - ۲- په یو ټولګي کې له سل تنو محصلینو څخه آزموینه اخیستل کېږي چې په نوموړي ټولګي کې (35) تنه یې نجونې او پاتې نور یې هلکان دي، د یوه محصل د آزمویني پارچه په اتفاقي توګه پورته کوو احتمال د دې چې پارچه په چاپوړې اړوندېږي څومره دی؟
 - a. په یوه جنۍ پورې؟
 - b. یو تن هلک پورې؟
 - ۳- په یو پاکټ کې دوه د سلو افغانیو نوټونه، څلور د پنځوسو افغانیو نوټونه، لس د شلو افغانیو نوټونه او شل د لسو افغانیو نوټونه په غیر منظمه توګه ځای په ځای شوي دي، د هغوی له جملې څخه یو نوټ په اتفاقي توګه غوره کېږي.
 - ۴- یوه کورنۍ درې اولاده غواړي، احتمال د دې چې:
 - c. درې واړه اولاده هلکان وي څو دی؟
 - d. په دریو اولادو کې یو هلک وي څو دی؟
 - ۵- په یوه کڅوړه کې ۵ سرې مری او درې شنې مری شتون لري، موږ دوه مری پر له پسې له کڅوړې څخه وباسو (پرته د ځای له ټاکلو) معلوم کړئ چې:
 - e. احتمال د دې چې دوه مری سرې وي څو دی؟
 - f. احتمال د دې چې د لومړنۍ رنګ سور او د دویمې رنګ شین وي څو دی.
 - ۶- په یوه کڅوړه کې ۵ سرې مری او درې شنې مری شتون لري، له دې کڅوړې څخه دوه مری پرله پسې وباسو (د ځای له ټاکلو سره) معلوم کړئ چې احتمال د دې چې:
 - g. دواړه مری سرې وي څو دی؟
 - h. لومړنۍ مری سره او دویمه شنه وي څو دی؟

$$n(S) = \begin{bmatrix} 8 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 \\ 1 \end{bmatrix}$$

د احتمالاتو د سنجش بنسټیز قواعد

ټولیزه موخه:

د خپلواکه او مشروطه اتفاقاتو په محاسبه کې د جمع او ضرب له قاعدې څخه گټه اخیستل.

د زده کړې موخې: زده کوونکي باید د دې څپرکي په پای کې وکولای شي تر څو:

- د جمع قاعده تعریف کړي.
- د ضرب قاعده تعریف کړي.
- خپلواک حوادث محاسبه کړي.
- مشروط حوادث محاسبه کړي.

د بېلا بېلو برخو په څېړنو کې لکه په اتفاقي حادثاتو پورې اړوند د احصائیې مسایل، د ښکارېدو یا نه ښکارېدو احتمال یواځې یوه اتفاقي حادثه د بحث وړ نه ده بلکې په زیاتره مواردو کې د ښکارېدو یا نه ښکارېدو احتمال دوه یا څو اتفاقي حادثې هم د علاقې وړ وي. هغه قواعد چې د هغه په مرسته د دوه یا څو اتفاقي حادثو د ښکارېدو احتمال سنجش کېږي، د اتحاد د قواعدو (د جمع قاعدې) په نوم او هغه قواعد چې د هغې په مرسته د یو ځای ښکارېدو یا څو اتفاقي حادثو احتمال سنجش کېږي، د احتمال د تقاطع قواعد (د ضرب قاعدې) په نوم یادېږي او دواړه قاعدې د نوې ریاضي د نښو (علامو) او سمبولونو (ستونو) په اساس فورمول بندي کېږي.

په احتمالاتو کې د جمع قاعده: مخکې له دې چې د جمع قاعده توضیح شي ضروري گڼل کېږي تر څو د اتفاقي حادثو په مفهوم پوه شو.

خپلواکه (مستقله) اتفاقي حادثې: خپلواکه ناڅاپي پېښې هغه پېښې دي چې د یوې ناڅاپي پېښې څرګندیدنه د بلې ناڅاپي پېښې په څرګندیدو پورې تړلې نه وي. په بل عبارت د یوې پېښې د څرګندېدو احتمال د بلې پېښې د څرګندېدو احتمال متاثره نه کړي د بېلګې په ډول. که په یوه لوشی کې (۱۰) دانې مردکۍ په بشپړه توګه یو له بل سره ورته (مشابه) موجودې وي، که چېرې دوه مردکي په اتفاقي توګه پورته کړل شي، د دې احتمال چې په لومړي ځل دویم نمبر مردکی او په دویم ځل پنځم نمبر مردکی پورته کړل شوي مساوي دي. که د دویم نمبر مردکي ښکارېدل د A د اتفاقي حادثې په توګه او د پنځم نمبر مردکي ښکارېدل د B د اتفاقي حادثې په توګه ومانو نو د A د اتفاقي حادثې او د B د اتفاقي حادثې احتمال د ریاضي له پلوه تر پورتنیو شرایطو لاندې په لاندې بڼه افاده کېږي.

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(S)} = \frac{1}{10} \quad P(B) = \frac{N(B)}{N(S)} = \frac{1}{10}$$

په خپلواکه (مستقله) اتفاقي حادثه کې د جمع قاعده: که چېرې A او B دوه اتفاقي او خپلواکه حادثې له یو بل څخه داسې وي چې د دواړو حادثو ښکارېدل د امکان وړ نه وي په دې صورت کې احتمال د دې چې یو له دغو دوو اتفاقي حادثو څخه ښکاره شي عبارت دي له:

$$(A \cup B) \Leftrightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

که چېرې خپلواکه اتفاقي حادثې له دوو حادثو څخه زیاتې وي په دې صورت کې د نوموړو حالاتو اتحاد په لاندې توګه معلومیږي.

$$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots \cup A_n) \Leftrightarrow P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots \cup A_n) \\ = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + \dots + P(A_n)$$

او دا مطلبونه هغه وخت د امکان وړ دي چې A, B دوه اتفاقي حادثې وي، چې د هغوی یوځای ښکارېدل د امکان وړ وي. په داسې مواردو کې احتمال د دې چې په یوه اتفاقي تجربه کې لږ تر لږه یو له دوو اتفاقي حادثو څخه A یا B ښکاره شي عبارت دي له:

$$P(A \cup B) \Leftrightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = 1 - P(A \cap B):$$

که چېرې درې غیر خپلواکې اتفاقي حادثې په نظر کې وي، پورتنی فورمول په لاندې بڼه بدلیږي:

$$P(A \cup B \cup C) \Leftrightarrow P(A \cup B \cup C)$$

$$= P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

$$P(A \cup B \cup C) + 1 - P(A \cap B \cap C)$$

يا په لنډه توگه کولای شو وليکو:

$$\text{بېلگه: که } P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{5}, P(A \cap B) = \frac{1}{8}$$

$$\left. \begin{array}{ll} \text{a- } P(A^c) = ? & \text{a) } P(A^c) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \\ \text{b- } P(B^c) = ? & \text{b) } P(B^c) = 1 - P(B) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5} \\ \text{c- } P(A^c \cup B^c) & \text{c) } P(A^c \cup B^c) = P(A \cap B) = 1 - P(A \cap B) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8} \\ \text{d- } P(A^c \cap B^c) & \text{d) } P(A^c \cap B^c) = P(A \cup B)^c = 1 - P(A \cup B) \\ & = 1 - P(A \cup B) = 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)] = \\ & 1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{8} \right) = \frac{71}{120} \end{array} \right\}$$

په احتمالاتو کې د تقاطع (ضرب) قاعده:

a- دوه حادثو ته خپلواکه (مستقل) وایي که چېرې د یوې پېښې د بلې پېښې په احتمال کې کومه اغیزه ونه لري په دې صورت کې کولای شو وليکو چې:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

بېلگه: فرض کړئ د یو تن محصل د کامیابۍ احتمال د ۱۳ ټولګي د دویم سمستر د ریاضیاتو په مضمون کې (A حالت) ۴۰ فیصده او د همدغه محصل د کامیابۍ احتمال د اقتصادي جغرافیه په مضمون کې (B حالت) ۸۰ فیصده وي، څومره احتمال لري چې په دواړو مضمونو کې کامیاب شي؟

$$P(A \Delta B) \Leftrightarrow P(A \cap B) \Rightarrow P(A) \times P(B) = 0.4 \times 0.8 = 0.32 = 32\%$$

يادونه: که چېرې د خپلواکه حادثو تعداد له دوو حادثو څخه زيات وي د ضرب د قاعدې فورمول په لاندې توگه پراختيا پيدا کوي.

$$P(A_1 \Delta A_2 \Delta A_3 \dots \Delta A_n) \Leftrightarrow P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \dots \cap A_n) \\ P(A_1) \times P(A_2) \times P(A_3) \dots P(A_n)$$

b- په ځينو مواردو کې د حوادثو او واقعاتو پېښېدنه له يو بل څخه خپلواکه نه دي بلکې د يوې حادثې پېښېدنه د بلې حادثې په پېښېدنې پورې تړلې (مقيده) او مشروطه وي، يا په بل عبارت د A حالت هغه وخت پېښېږي چې يو بل حالت لکه (B) پېښه شوي وي. د A د حادثې د پېښېدنې احتمال د B حالت په پېښېدنې مشروط گڼې او د $P(A/B)$ د نسبې په مرسته يې څرگندوي دغه احتمال د مشروط يا (Conditional Probability) په نوم يادوي او ليکي.

$$P(A/B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} \quad \text{يا} \quad P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

اما د شرطي احتمال د محاسبې لپاره له لاندې فورمول څخه گټه اخيستل کيږي.

$$P(A/B) = P(B).P(A/B) \quad \text{يا} \quad P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = P(A).P\left(\frac{B}{A}\right)$$

بېلگه: په يوه پاکټ کې څلور دانې د سرو زرو (طلا) سکې او دوه دانې د سپينو زرو (نقرې) سکې اېښودل شوي دي، که يوه سکه په اتفاقي ډول وټاکل شي د دې احتمال چې نوموړې سکه به طلا وي $\frac{4}{6}$ وي، فرض کوو چې نوموړې سکه طلا وي $\frac{4}{6}$ به وي، او د دويم ځل لپاره پاکټ ته نه غورځول کيږي او دويمه غوره کړل شي د دې احتمال چې دويمه هم

طلا وي له $\frac{3}{6}$ څخه عبارت دی، په نتيجه کې د دې احتمال چې د شپږو نوموړو سکو له جملې څخه لومړی او دويم دواړه طلا وي عبارت دي له:

$$P(A_1 \cap A_2) = P(A_1) \cdot P\left(\frac{A_2}{A_1}\right) = \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2}{5} = 0.4$$

بېلگه: د لوبو د قطعو له يو درجن څخه ۳ پاڼې يو پر بل پسې ټاکل کېږي او د دويم ځل لپاره د قطعې منځ ته غورځول کېږي، د دې احتمال چې لومړۍ، دويمه او دريمه به طوس وي څومره دی؟

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) = \frac{4}{52} \cdot \frac{3}{51} \cdot \frac{2}{50}$$

يادونه: دوه حادثې چې د هغوی هم مهاله پېښېدنه امکان و نه لري نا سازگار حادثې ورته ويل کېږي.

د دويم څپرکي د مطالبو لنډيز:

هغه قواعد چې د هغې په مرسته د دوو يا څو اتفاقي حادثو د ښکارېدو احتمال سنجش کېږي د جمع د قواعدو په نوم او هغه قواعد چې د هغې په مرسته د يو ځای د ښکارېدو د دوو يا څو اتفاقي حادثو احتمال سنجش کېږي د احتمالي ضرب د قواعدو په نوم ياديږي چې، دواړه قاعدې د نوې رياضي د نښو او سمبولونو (د ست د تيوري) په اساس فورمول بندي کېږي.

که چېرې د يوې اتفاقي حادثې ښکارېدل د بلې اتفاقي حادثې په ښکارېدو تړلې (مقيده) نه وي د خپلواکه اتفاقي حادثې په نوم ياديږي چې، په داسې حالاتو کې د مطالعې وړ پديدو ښکارېدل، د نورو حادثو ښکارېدل نه اغېزمن کوي.

اما په ځينو ځايونو کې د حادثو او واقعاتو پېښېدنه له يو بل څخه خپلواکه نه وي بلکې د يوې حادثې پېښېدنه د بلې حادثې په پېښېدنه باندې تړلې (مقيده) او مشروط وي، نو که د A حادثې پېښېدنه د B حادثې په پېښېدنه مشروط وي، دا ډول احتمال د مشروط احتمال په نوم ياديږي.

د دوو حادثو پېښېدنه چې هم مهاله امکان و نه لري ناسازگار حوادث جوړوي.

د دویم څپرکي پوښتنې

۱- ثابت کړئ چې $n!.n!=(n^2)!$

۲- په یوه صندوقچه کې (۳۰) دانې مردکي شتون لري چې، د هغوی له جملې څخه (۱۰)

دانې یې سره، (۵) دانې یې شنه او (۱۵) دانې یې سپین دي. احتمال یې داسې پیدا کړئ چې له صندوقچې څخه د یوه مردکي په ایستلو کې به مردکی کوم رنگ وي.

۳- ممتحن د (۲۵) پوښتنو له جملې څخه درې پوښتنې غوره کوي، کوم احتمال به شتون ولري چې محصلین به د کومو دریو پوښتنو په اړه له (۲۰) پوښتنو څخه حدس ووهي.

۴- د دوه قطیو په منځ کې د برق یو شمېر گروپونه شتون لري، څرنگه چې په لومړي قطي کې د (۱۲) گروپونو له جملې څخه یو دانه یې ناقص او همدارنگه په دویم قطي کې د (۱۰) دانو له جملې څخه یو دانه یې هم ناقص دی. احتمال یې په هغه صورت کې پیدا کړئ چې، که له لومړي قطي څخه په کيفي ډول یو گروپ واخیستل شي او په دویم قطي کې کېښودل شي، هم ناقص دی.

د دویم قطي لارښوونه $P(B) = \frac{11}{12}$ و $P(B_2) = \frac{1}{12}$

۵- ۵۰٪ ټولې پرزې چې د یوې دستگاه په مرسته تولیدیږي او په هغه کې یو فیصد زیان شتون لري، ۳۰٪ فیصده یې چې د دویمې دستگاه په مرسته تولیدیږي دوه فیصد زیان لري او ۲۰٪ فیصده چې د دریمې دستگاه په مرسته تولیدیږي په هغه کې ۵.۱٪ فیصد زیان شتون لري. مساوي احتمال به څو وي که پرزه له دستگاه څخه زیانمنه تولید شي.

$$P(A) = P(B_1) \cdot P_{B_1}(A) + P(B_2) \cdot P_{B_2}(A) + P(B_3) \cdot P_{B_3}(A)$$

۱- د لوبو د ۳۶ قطعو له منځ څخه په کيفي توګه درې قطعې اخیستل کېږي، احتمال یې په هغه صورت کې پیدا کړئ چې د درې اخیستل شوو قطعو له جملې څخه لږ تر لږه یو له هغه څخه طوس وي.

$$P(A) = 1 - P(A), P(A) = \frac{C_{32}^3 \cdot C_3^0}{C_{36}^3} \text{ لارښوونه:}$$

د ترکیباتو تیوري

ټولیزه موخه:

پېش ښیي شوو موخو ته د رسېدو په غرض د پدیدو ترکیب، بدلون او ترتیب.

د زده کړې موخې: هیله کېږي تر څو زده کوونکي د دې څپرکي په پای کې وکړای شي:

- ۱- د بدلیدو یا تبدیل مفهوم توضیح کړي او د بحث وړ پدیدې دې په مناسبه توګه تبدیلی کړي.
- ۲- د ترتیب مفهوم دې توضیح کړي او د بحث وړ پدیدې دې په مناسبه توګه ترتیب کړي.
- ۳- ترکیب دې د احتمالاتو له تیوري سره سم توضیح او د پدیدو حوادث دې ترکیب کړي.

د ترکیباتو د محاسبې لپاره د احتمالاتو دوه عمده او بنسټیز اصله شتون لري چې، د جمع له قواعدو (د اتحاد قاعده) او ضرب قاعدې (تقاطع) څخه عبارت دی چې په دویم څپرکي کې په لنډه توګه توضیح او تشریح شوې دي، خو دا قواعد په شمېرلو کې د ضرب له اصل سره او په شمېرلو کې د جمع له اصل سره توپیر لري، ځکه د اتحاد او تقاطع قواعد پر حوادثو او اتفاقي احتمالاتو تړلي دي چې، پر له پسې متصل یا منفصل وي، خو د شمېرلو او ضرب لپاره د جمع په قواعدو کې موږ له موجوده او مشخصه پدیدو او واقعیتونو سره سر او کار لرو چې هغوی ته له خپلې غوښتنې او ارادې سره سم نظم او ترتیب ورکولای شو.

په شمېرلو کې د جمع اصل: که چېرې n د خپلواکې عملیې جملې په $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ بېلا بېلو بڼو سر ته رسېدای شي او عملیه چې مقصد یې د دغو عملیاتو له جملې څخه د یوې پېښېدنه وي په $P = P_1 + P_2 + \dots + P_n$ په بېلا بېلو بڼو تر سره کېدای شي.

بېلګه: له څلور رنګه ټوکر (تور، سپین، سور او شین) څخه کولای شو څو بیرقې جوړ کړو داسې چې هر بیرق له دوو رنګونو څخه لږ رنګ ونه لري.

حل:

$P_1 = 4.3 = 12$ د دوه رنگه بیرقونو تعداد

$P_2 = 4.3.2.1 = 24$ د درې رنگه بیرقونو تعداد

$P_3 = 4.3.2.1 = 24$ د څلور رنگه بیرقونو تعداد

$P = P_1 + P_2 + P_3$ د ټولو بیرقونو تعداد

په شمېرلو کې د ضرب اصل: که چېرې د n عملیه د $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ په بېلا بېلو بڼو پېښې شي دغه عملیې په هم مهاله توګه د $P = P_1.P_2.P_3 \dots P_n$ په بېلا بېلو بڼو ترسره کېدای شي.

بېلګه: له څلور تنو انګلیسانو، پنځه تنو فرانسویانو او دوه تنو مصریانو څخه څو درې کسيزه کمیسیونونه چې د نوموړو استازو لرونکي وي جوړېدای شي.

حل: د کمیسیونونو تعداد:

$$P = 4.5.2 = 40$$

ترتیبونو (Arrangements): هغه بېلا بېل حالات چې n شي، په مرتبه توګه د یو بل څنګ ته ځای په ځای کېدای شي د هغوی د بېلا بېلو ترتیبونو په نوم یادېږي او د دې ترتیبونو تعداد عبارت دی له:

$$P(n, n) = n!$$

په بل عبارت د ست له عناصرو څخه د هر محدود منظم ست ته ترتیب ویل کېږي.

څرنگه چې په افاده کې A_n^k , $n=k$ وضع شي نو:

$$P_n = n! = A_n^k$$

بېلګه: د a, b, c درې توري په څو بڼو د یو بل څنګ ته ځای په ځای کېدای شي.

$$P = 3! = 3.2.1 = 6$$

بېلګه: د $2, 4, 6$ او 8 له ارقامو څخه څو څلور رقمي عدده کولای شو جوړ کړو داسې چې د اعدادو ارقام نه وي تکرار شوي.

$$P(n, n) = 4! = 4.3.2.1 = 24$$

بدلونونه (Permutations): هغه بېل حالات چې r شي، له بېلا بېل n شي څخه ($r < n$) د یو بل په څنګ کې مرتب کېدای شي. د n شی د r په بدلونونو په نوم یادېږي او د هغوی تعداد عبارت دی له:

$$P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$A_n^r = \frac{n!}{(n-r)!} = n(n-1)(n-2) \dots (n-r+1)$$

بېلگه: یو توپیر لرونکی درې رنگه بیرغ په هغه صورت کې چې زموږ په لاس کې موجوده مواد له پنځو رنگونو څخه جوړ شوي وي جوړولای شو داسې چې د ټوکر درې رنگه په افقي شان د بیرغ عرض جوړوي او له رنگونو څخه سور رنگ حتمي وي.

$$A_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!} = 5.4.3 = 60$$

(۱) یادونه- لیدل کیږي چې د خصوصي حالت ترتیب له بدلون څخه دی کله چې $r=n$ وي.
(۲) یادونه- که چېرې n شی د دایرې پر مخ مرتبه شي د دایروي بدلونونو په نوم یادېږي او د هغه ترتیبونه عبارت دي له $(n-1)!$

ترکیبونه (Combinations): هغه بېلا بېل حالات چې (r) شی، د n شی له ترتیب څخه پرته له دې چې په پام کې و نیول شي بېل ټاکل کیږي د n شی r په r ترکیبونو په نوم یادېږي او د هغوی تعداد عبارت دي له:

$$\left[\begin{matrix} n \\ r \end{matrix} \right] = \frac{n!}{(n-r)!r!} = \frac{n(n-1)(n-2)\dots((n-r+1))}{(n-r)!r!} \quad r < n$$

$$\left[\begin{matrix} n \\ 0 \end{matrix} \right] = 1 = \left[\begin{matrix} n \\ n \end{matrix} \right] \quad \text{واضح ده چې}$$

د $\left[\begin{matrix} n \\ r \end{matrix} \right]$ د سمبول په ځای د $C(n,r)$ او C_n^r سمبولونو څخه هم گټه اخیستل کیږي چې، په دې فورمول کې r فرعي ستونه عضوي r له یو ست څخه عضوي n بڼي.

• وروسته د پورتنیو توضیحاتو پر بڼا ویلی شو چې د r شی یو ترکیب له بېل یا متمایز n شي څخه عبارت دی د r شي غوره کول له دې څیزونو (اشیاوو) څخه پرته له دې چې په یو ځانگړي ځای کې ځای پرځای شي په مجده توگه او پرته له دې چې د هغوی ترتیب په پام کې و نیول شي.

نو لیدل کیږي که په بدلون کې ترتیب راغلی وي، څیزونه (اشیاء) بدل کړو یو نوی حالت لاسته راځي څرنگه چې د څیزونو ځای په ځای کول په ترکیب کې نوی حالت منځ ته نه راوړي او له بل پلوه په بدلون او ترکیب کې انتخاب په نظر کې نیول کیږي. په داسې حال کې چې په ترکیب کې د انتخاب ترتیب په نظر کې نه نیول کیږي او د ترکیب مفهوم د اړیکې یا رابطې په توګه د طبیعي اعدادو ترمنځ توضیح کوي.

بېلګه: په یوه کڅوړه کې (۳) سرې مری، (۵) سپینې مری او (۸) شنې مری دي. په څو لارو کولای شو (۲) سرې مری، (۱) سپینه مری او (۲) شنې مری غوره کړو. حل: باید دا په پام کې ولرو چې هر ښه مری له یو بل څخه توپیر لري نو مطلوبه کمیت عبارت دی له:

$$\binom{3}{2} \binom{5}{1} \binom{8}{2} = \frac{3!}{2!1!} \cdot \frac{5!}{1!4!} \cdot \frac{8!}{2!6!} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 7}{1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} = 420$$

$$\binom{9}{5} = \frac{9!}{(9-5)!5!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 144$$

تکراري ترکیبونه: له تکرار سره ترکیب: د یوه ست د عناصرو په ټاکلو کې د ست ځینې عناصر څو ځلي تکرارېږي د بېلګې په ډول د ۱، ۳، ۴ او ۵ له اعدادو څخه څو درې رقمي عدده کولای شو ترتیب کړو. که چېرې یو یا عین عدد څو ځلي تکرار شي نو $125=5^3$ کیږي. نو په دې اساس تکرار لرونکي ترتیبونه د $A_n^m = n^m$ د فورمول په مرسته څرګندېږي. بېلګه: څو درې رقمي عدده کولای شو د ۱ او ۲ په رقمونو ولیکو.

$$8=2^3$$

بېلګه: څو بېلا بېل څلور رقمي عدده کولای شو له صفر، ۱ او ۲ اعدادو څخه ترتیب کړو که چېرې د اعدادو تکرار مجاز وي.

حل: له درې ورکړل شوو عددونو څخه څلور رقمي اعداد جوړولای شو په دې شرط چې هغه اعداد چې کین لوري ته یې صفر ځای په ځای کیږي منفي شي.

$$A_3^4 - A_3^3 = 3^4 - 3^3 = 81 - 27 = 54$$

بدلېدل یا تکرار: د n شی د بدلېدلو تعداد ښیي، څرنگه چې په هغه کې یو د P دفعه او بل د q دفعه له څیزونو (اشیاء) څخه تکرار شوي وي عبارت دي له:

$$\frac{n!}{P!q!} \text{ یا } P_{n_1, n_2, \dots, n_m} = \frac{(n_1 + n_2 + \dots + n_m)!}{n_1! n_2! \dots n_m!} = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_m!}$$

که چېرې $n!$ بدلونونه انتخاب شي او د دې ست عناصر تکراري وي، بدلون له تکرار سره له $n!$ څخه کوچنی دی.

بېلگه: د کلمې بېلا بېل څو توري کولای شو له هغو تورو څخه چې د (Matematika) کلمه جوړه شوې ده واخلو.

حل: $n_1=2$ (توري m)، $n_2=3$ (توري a)، $n_3=2$ (توري t)، $n_4=1$ (توري e)، $n_5=1$ (توري u) $n_6=1$ (توري k) نو لرو:

$$P(n_1, n_2, n_3, n_4, n_5, n_6) = \frac{10!}{2!3!2!1!1!1!} = 151200$$

بېلگه: د کلمې څو توري کولای شو د BABBY له کلمې څخه جوړه کړو.
حل: په دې ځای کې $5!=120$ د B_1, A, B_2, B_3, y له تورو څخه تبدیل لرو چې په هغو کې درې B بېل یا متمایز شوي دي چې شپږ لاندې بدلونونه جوړولای شو.

$B_1 B_2 B_3 Ay, B_1 B_3 B_2 Ay, B_2 B_1 B_3 Ay, B_2 B_3 B_1 Ay, B_3 B_1 B_2 Ay, B_3 B_2 B_1 Ay$

$$P_{5,3} = \frac{5!}{3!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 20$$

او د 6 عدد مساوي دی له 3! سره.

ترکیب له تکرار سره: فرض کوو د $\{a, b, c\}$ ست ورکړل شوی وي او له هغه څخه (۵) عنصره ترکیب له تکرار سره جوړ کړو لکه د aabbc بڼه او د 11.11.1 سمبولیک څرگندېږي، دا څرگندېدل داسې توضیح کېږي چې، a د دویم ځل لپاره تکرار شوی دی (۱۱) وروسته له هغې چې a شتون نه لري، (۰) وروسته له صفر څخه b د ۱۱ په بڼه او همدارنګه بل b شتون نه لري او د صفر په مرسته بیلېږي. په آخر کې د C (۱) توري شتون لري.

$$P_{5,3-1} = \frac{(5+3-1)!}{5!(3-1)!}$$

څکه چې:

$$C_n^m = P_{mn-1} = \frac{(m+n-1)}{m!(n-1)!}$$

$$C_{m+n}^m = C_{m+n}^{n-1} \text{ يا}$$

بېلگه: د پرچون خرڅوونکي په يوه دوکان کې لس ډوله پست کارته شتون لري، په څو ډوله کولای شو له ۱۲ او ۸ پست کارتونو څخه ترکیب جوړ کړو په دې شرط چې د پست کارت په غوره کولو کې تکرار مجاز وي.

$$C_{10}^{-12} = \frac{(12+10-1)!}{12!(10-1)!} = 293930$$

$$C_{10}^{-8} = \frac{(12+8-1)!}{8!(10-1)!} = 24310$$

بېلگه: په يوه ټولگي کې چې لس زده کوونکي لري، شپږ تنه يې نرينه او څلور تنه يې ښځينه دي د n طريق تعداد چې:

- a- له دې زده کوونکو څخه دې يوه څلور عضوي کمېټه غوره کړي.
- b- يوه څلور عضوي کمېټه، دوه نرينه او دوه ښځينه دې غوره کړي.
- c- ټولگی دې وکړای شي رئيس، د رئيس مرستيال، خزانه دار او منشي غوره کړي.

حل:

$$C(10,4) = \binom{10}{4} = 910 \quad \text{a-}$$

b- له شپږ نرينه و څخه $\binom{6}{2}$ طريق 2 نرينه ټاکل کيږي او 4 ښځينه $\binom{4}{2}$ طريق او ښځينه ټاکل کيږي نو:

$$\binom{6}{2} \binom{4}{2} = 90$$

c- په دې پوښتنه کې ترکیب په نظر کې نه دی بلکې ترتیب په نظر کې دی بڼا:

$$n = P(6,4) = A_6^4 = 360$$

$$\left[\begin{matrix} 9 \\ 5 \end{matrix} \right] = \frac{9!}{(9-5)!5!} = \frac{9!}{4!5!} = \frac{9.8.7.6.5.4.3.2.1}{4.3.2.1.5.4.3.2.1} = 144 \quad \text{بېلگه:}$$

د درېم څپرکي د مطالبو لنډيز

هغه بېلا بېل حالت چې n شی په مرتبه توګه د یو بل په څنګ کې ځای په ځای کېدای شي د هغوی د بېلا بېل ترتیب په نوم یادېږي او د ترتیبونو تعداد د فکتوریل په مرسته لاسته راټلای شي، د بېلګې په ډول کولای شو د n شی ترتیب د دې فورمول په مرسته لاسته راوړو.
 $P(n,n)=n!$

تبدیل: هغه توپیر لرونکي حالات چې r شی، له n شي څخه ($r < n$) د یو بل په څنګ کې مرتب کېدای شي او د بدلونونو تعداد د لاندني فورمول په مرسته لاسته راځي.

$$P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

همدارنګه ترتیب له تکرار سره، تبدیل له تکرار سره او ترکیب له تکرار سره په احتمالاتو کې د استعمال موارد لري.

ترکیب: هغه بېلا بېل حالات چې (r) شی، د n شي له ترتیب څخه پرته له دې چې په پام کې و نیول شي بېل ټاکل کېږي د n شی، r په r ترکیبونو په نوم یادېږي.

د درېم څپرکي پوښتنې

- ۱- له ۱۱ ټوکه کتابونو څخه په څو بېلا بېلو بڼو کولای شو پنځه ټوکه يې په الماری کې مرتب کړو.
- ۲- د teeth له کلمې څخه څو پنځه توريږي نمونې کولای شو وليکو.
- ۳- څو يوولس توريږي نمونې د MISSISSIPPI له کلمې څخه جوړېدلای شي.
- ۴- له يو دولس کسيز لست څخه څو پنځه کسيز بېل گروپونه کولای شو غوره کړو.
- ۵- له يو گروپ څخه چې له ۴ نرينه او ۵ ښځينه څخه جوړ شوی وي، څو پنځه کسيزه کميټې چې ۳ تنه نرينه او ۲ تنه ښځينه غړي ولري، د ټاکلو وړ دي.
- ۶- د افغانستان د کلمې توري په څو ډوله ترتيب کېدای شي.
- ۷- اوه دانې مڼې د درې تنو ماشومانو ترمنځ داسې چې د هغوی مشر ته درې دانې او نورو هر يوه ته دوه، دوه دانې ورسيږي په څو ډوله ترتيب کېدای شي.
- ۸- له لس تنو محصلينو څخه څو دوه کسيز گروپونه جوړېدای شي.
- ۹- که چېرې يوه سکه څلور ځلې پورته واچول شي.
 - a. ممکنه فضاء مطلوبه ده.
 - b. په څو حالتو کې دوه ځلې په مخ راځي.
 - c. په څو حالتو کې درې ځلې په مخ راځي.

سرچینې او اخیستنې

د احتمالاتو برخه

- ۱- جلیلی مرزا، ریاضیات جدید، ۱۳۷۰
- ۲- غوری، محمد انور، ریاضی عمومی، ۱۳۸۴
- ۳- موحد حبیب الله، تیوری احتمالات، ۱۳۸۵
- ۴- پوهاند غلام سنایی و پهنیار ذکیه، حل مسایل احتمال ۱۳۸۶

د احصایې برخه

- ۱- اصیل، مراد علی، تیوری احصائیه
- ۲- غوری، محمد انور، ریاضی عمومی
- ۳- حمیدی، عبدالباقي، احصائیه
- ۴- لکچرنوت پوهنځی اقتصاد، ۱۳۸۶-۱۳۸۷

د ښوونیز نصاب د پراختیا د ریاست پیغام

د پوهنې وزارت د تخنیکي او مسلکي زده کړو معینیت دښوونیز نصاب د انکشاف ریاست د ټولنې د عیني او ښکاره ضرورت په درک کولو سره چې د محصلینو او شاگردانو د درسي کتابونو په برخه کې یې تخنیکي او مسلکي رشتې درلودې او لري یې، په لومړي سر کې یې تصمیم ونيو، چې په ښوونیزو پلانونو او درسي مفرداتو باندې بیاکتنه وکړي او ورپسې بیا د شاگردانو او محصلینو د درسي کتابونو د تالیف لپاره مبادرت او کوشښ وکړي. د خدای (ج) په فضل او مرحمت سره او د ادارې او حسابدارۍ څانګې د ښوونکو په میرانې او همت سره د ادارې او حسابدارۍ درسي کتابونه تالیف شول تر څو په وړیا ډول د شاگردانو او محصلینو په واک او اختیار کې ورکړل شي.

د علم او معرفت له ټولو لوستونکو، علاقمندانو، د ادارې او حسابدارۍ د مکاتبو له ښوونکو، گرانو شاگردانو او د تخنیکي او مسلکي زده کړو د چارو له متخصصینو او همدا شان له ټولو خپرونکو او شنونکو څخه صمیمانه هیله کېږي، چې د دې کتابونو په مطالعې سره چې په لومړي ځل د ښوونکو او د ادارې او حسابدارۍ څانګې د مسلکي غړو له لوري تالیف او تدوین شوي دي. د مسلکي، تخنیکي او علمي مطالبو او مفاهیمو د څرنگوالي په هکله خصوصاً د هغوی املايي او انشايي اشتباهاتو په اړه مونږ ته لارښوونه وکړي، ترڅو په راتلونکي کې وکړای شو، په همدې او نورو برخو کې گرانو شاگردانو ته له دې څخه ښه، غوره، گټور او ارزښتناکه موضوعات وړاندې کړو.

همدا شان له گرانو شاگردانو او محصلینو څخه هیله کوو ترڅو د دې کتابونو د مطالعې او استفادې پر مهال د هیواد اقتصادي ستونزې، فقر او وروسته پاتې والی په نظر کې ونیسي او د کتابونو په ساتنه کې کوشښ او زیار وباسي، ترڅو د ډېرو شاگردانو او محصلینو د گټې وړ وگرځي.

پته: د پوهنې وزارت - د تخنیکي او مسلکي زده کړو معینیت د تعلیمي نصاب د انکشاف ریاست - د کتابونو د تالیف او د درسي ممدو موادو د برابرولو عمومي مدیریت.

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library